

基于贝叶斯理论的考虑多维风速之间相关性的概率潮流计算

苏晨博, 刘崇茹, 李至峪, 周 明
(华北电力大学电气与电子工程学院, 北京市 102206)

摘要: 随着风机大规模投入运行, 多维风电场之间风速的相关性会影响电力系统的稳定性。考虑相关性的概率潮流计算有助于合理地调控电力系统运行方式以及优化调度, 从而提升系统的稳定性。文中针对多维风电场之间的相关性, 提出了一种基于贝叶斯理论的最大期望算法及 Rosenblatt 变换的概率潮流三点估计法, 该算法能够很好地捕捉风电场之间的非线性相关性, 计算多维风电场风速的联合分布函数并应用于概率潮流计算。最后, 通过 IEEE 118 节点系统对算法进行验证, 并与蒙特卡洛模拟法及 Nataf 变换作横向对比, 结果表明所提算法兼具精度高、收敛速度快等优势。

关键词: 贝叶斯理论; 最大期望算法; Rosenblatt 变换; 三点估计法; 概率潮流

0 引言

随着中国能源战略的改变, 可再生能源发电成为研究热点。风能作为可再生能源的重要组成部分, 装机容量日益剧增。众所周知, 风电出力具有间歇性和随机性, 这些特点会加剧电网功率波动, 影响电力系统稳定运行^[1-2], 并且风速的分布特性与威布尔分布相似, 区域间风速呈非线性^[3], 因此在计算概率潮流及调度规划运行时要充分考虑这种相关性^[4-6]。目前, 概率潮流的计算方法主要包含解析法^[7-8]、蒙特卡洛模拟法^[9-10]和点估计法^[11-12]。解析法根据不同变量之间的线性关系进行卷积积分, 计算效率较高, 但是涉及变量之间非线性关系时误差较大。蒙特卡洛模拟法能够精确直观地反映系统的运行特点, 但其计算效率较低。点估计法计算速度较快且能够精确求得随机变量的低阶矩, 但是其适用条件是要求变量之间相互独立, 因此需要对随机变量进行预处理。具有相关性的随机变量处理方法主要有: 正交变换、Rosenblatt 变换^[13]、Nataf 变换^[14]等。正交变换适用于随机变量呈正态分布的情况, Nataf 变换和 Rosenblatt 变换在工程上得到广泛应用, 它们都能实现原空间到标准正态空间的相关性转化。目前 Nataf 变换的应用比较广泛, 文献^[15]提出基于 Nataf 变换的蒙特卡洛模拟法, 分析了出

力相关性对电网可靠性的影响。文献^[16]将 Nataf 变换与 Gauss-Hermite 数值积分相结合, 提出一种改进的概率潮流计算多点估计法。Nataf 变换以随机变量的边缘累积分布和正定的线性相关系数矩阵为基础, 这种变换本身存在一个主要缺陷: 在变量不符合高斯分布且涉及非线性相关时, 存在较大误差。

Rosenblatt 变换最先应用于工程概率不确定性分析^[17], 目前主要应用于工程力学中的结构可靠性分析^[18]。该变换有一定的条件限制, 即需要变量的联合分布函数作为输入量, 但是此变换不受变量分布类型及相关性是否线性的影响, 且计算结果最为精确。

文献^[19]提出的多维变量联合分布函数可以由相关的多元 Copula 函数表示。根据文献^[20]等研究表明, 多元 Copula 函数的概率密度可以分解为一系列二元 Copula 函数的概率密度和边缘概率密度的乘积, 边缘概率密度函数可由核函数估计。研究表明 M-Copula 模型能够精确地刻画风电场之间风速的联合分布特性^[21], 但必须建立在模型参数精确估计的基础上。文献^[22]利用最小二乘法构建 M-Copula 模型计算风电场之间的出力相关性, 并在此基础上得出概率潮流解, 最小二乘法选择的 M-Copula 参数可能存在过拟合问题^[23]。文献^[24]采用 Copula 函数与核密度估计法相结合的方法计算风机出力相关性, 非参数核密度估计精度受窗口带宽影响, 若选取不当会影响相关性的计算精度。

本文研究的重点在于如何充分利用样本精确地建立二元 Copula 函数模型, 并在此基础上拟合多维

收稿日期: 2020-01-16; 修回日期: 2020-10-12。

上网日期: 2020-12-25。

国家自然科学基金委员会-国家电网公司智能电网联合基金资助项目(U1866204)。

风电场风速的联合概率密度函数。考虑到传统参数估计方法的不足以及多维风电场建模。本文将机器学习的思想应用于参数估计,提出一种基于贝叶斯理论的最大期望算法(expectation-maximization algorithm, EM),建立具有数据先验信息的混合模型分析多维风电场之间的出力相关性,并在此基础上提出采用Rosenblatt变换的三点估计法计算系统的概率潮流。该方法的优点主要表现为:①采用贝叶斯理论,将数据的先验信息与迭代相结合来计算后验分布,从而在风电场维度增加的情况下依然能够准确计算多维风电场的联合概率密度函数;②利用Rosenblatt逆变换进行概率潮流的三点估计,将变量的联合概率密度函数作为输入量,反映了变量的非线性相关性特征的同时,得到更精确的计算结果。

1 多维风电场的联合概率密度函数精确计算

1.1 基于贝叶斯线性回归的二维 Copula 计算

基于贝叶斯线性回归的EM核心内容是利用样本先验信息进行最大后验估计。它具有以下优势:①后验分布正比于似然估计和先验分布的乘积,先验分布是由样本决定的,具有代数方便性,可以直接给出后验分布的封闭形式;②具备惩罚项,能够在一定程度上防止过拟合;③随着样本的扩充,能够不断地自我更新迭代,修正模型参数,使之更加精确。数学模型为:

$$L(\boldsymbol{\omega}|T) = \prod_{i=1}^n p_1(t_i|u_i, \boldsymbol{\omega}, \beta^{-1}I) p_2(\boldsymbol{\omega}|\alpha) \quad (1)$$

式中: $L(\boldsymbol{\omega}|T)$ 为在样本 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n\}$ 下参数 $\boldsymbol{\omega}$ 的最大置信区间; $p_1(t_i|u_i, \boldsymbol{\omega}, \beta^{-1}I)$ 为在样本 T 条件下的输出 v 关于输入 u_i 、参数 $\boldsymbol{\omega}$ 以及样本分布方差 β 的概率密度函数,其中 I 为单位矩阵; $p_2(\boldsymbol{\omega}|\alpha)$ 表示参数 $\boldsymbol{\omega}$ 关于噪声 α 的先验分布。

参数 α 与样本分布方差 β 属于高斯分布,在先验分布不为0的条件下对式(1)等号两边取对数得到后验概率分布为:

$$\ln L(\boldsymbol{\omega}|T) = -\frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^n (t_i - v(u_i, \boldsymbol{\omega}))^2 - \frac{\alpha}{2} \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega} + c \quad (2)$$

式中: c 为常数。

结合实例,引入经验 Copula 作为目标值。设不同风速序列 X 和 Y 的第 i 个元素的边缘分布函数分别为 $F_1(x_i)$ 和 $F_2(y_i)$;设 $F_1(x_k)$ 和 $F_2(y_k)$ 为当

$X = x_k$ 时, $Y = y_k$ 的边缘分布, x_k 和 y_k 为风速序列中的元素,定义 X 和 Y 的经验 Copula 为:

$$C_n(F_1(x_k), F_2(y_k)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[F_1(x_i) \leq F_1(x_k)]} I_{[F_2(y_i) \leq F_2(y_k)]} \quad (3)$$

式中: $k=1, 2, \dots, n$; $I_{[\cdot]}$ 为示性函数,当 $F_1(x_i) \leq F_1(x_k)$ 时 $I=1$,当 $F_1(x_i) > F_1(x_k)$ 时 $I=0$ 。联合式(2)和式(3)得到参数 $\boldsymbol{\omega}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 的函数关系式 $\ell(\boldsymbol{\omega}; \boldsymbol{\theta})$ 如式(4)所示。

$$\ell(\boldsymbol{\omega}; \boldsymbol{\theta}) = -\frac{\beta}{2} (C_n - C_M)^2 - \frac{\alpha}{2} \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega} \quad (4)$$

其中

$$C_M = \omega_1 C_T(F_1(x_1), F_2(x_2); \theta_1) + \omega_2 C_G(F_1(x_1), F_2(x_2); \theta_2) + \omega_3 C_C(F_1(x_1), F_2(x_2); \theta_3) \quad (5)$$

式中: $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 和 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 分别为 $\boldsymbol{\omega}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 中的元素; $C_T(\cdot)$, $C_G(\cdot)$ 和 $C_C(\cdot)$ 分别表示 T-Copula、Gumbel-Copula 和 Clayton-Copula 函数。T-Copula 函数能够反映变量的对称特性, Gumbel-Copula 函数能够较好地展现变量之间的上尾特性,而 Clayton-Copula 函数能够较好地捕捉变量之间的下尾特性。

在式(4)中, α 是一个超参数,其值很难计算,并且参数 α 的选取会影响 M-Copula 的权重系数 $\boldsymbol{\omega}$ 和条件参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的精度。为了解决这一问题,本文利用 EM 寻找关于 α 的最优解,定义先验分布 $p_2(T|x_i, \beta, \alpha)$ 为:

$$p_2(T|x_i, \alpha, \beta) = \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^{\frac{N}{2}} \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{\frac{M}{2}} \int \exp(-E(\boldsymbol{\omega})) d\boldsymbol{\omega} \quad (6)$$

式中: N 为 $\boldsymbol{\omega}$ 中元素的个数; M 为 $\boldsymbol{\omega}$ 的维数; $E(\boldsymbol{\omega})$ 为 $\boldsymbol{\omega}$ 的期望,表达式如式(7)所示。

$$E(\boldsymbol{\omega}) = E(\boldsymbol{m}_N) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{m}_N)^T \boldsymbol{A} (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{m}_N) \quad (7)$$

令

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}_N^{-1} = \boldsymbol{A} = \alpha \boldsymbol{I} + \beta (\boldsymbol{\phi}(x_i))^T \boldsymbol{\phi}(x_i) \\ \boldsymbol{m}_N = \beta \boldsymbol{A}^{-1} (\boldsymbol{\phi}(x_i))^T T \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\phi}(\cdot)$ 为基函数。

\boldsymbol{A} 的特征值为 $\alpha + \lambda_i$, λ_i 为 $\beta (\boldsymbol{\phi}(x_i))^T \boldsymbol{\phi}(x_i)$ 的特征值,取 $\ln p(T|x_i, \alpha, \beta)$ 的期望为:

$$E(\ln p(T|x_i, \alpha, \beta)) = \frac{M}{2} \ln \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right) - \frac{\alpha}{2} E(\boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega}) + \frac{N}{2} \ln \left(\frac{\beta}{2\pi}\right) - \frac{\beta}{2} E((t_n - \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\phi}_n)^2) \quad (9)$$

式中: ϕ_n 为 ϕ 的第 n 列基函数。

令式(9)关于 α 的倒数等于0,得到 M 步骤的估计方程为:

$$\alpha = \frac{M}{E(\omega^T \omega)} = \frac{M}{m_N^T m_N + T_r(S_N)} \quad (10)$$

式中: $T_r(\cdot)$ 为特征值的加和函数。

这里 α 是一个隐式解,它与众数 m_N 及矩阵 A 相关,采用迭代进行求解,具体步骤如下。

步骤1: β 选取样本方差的倒数时,可以得到一个初始值 $\alpha^{(0)}$ 。

步骤2:代入式(7),令 $\partial \ell(\omega; \theta) / \partial \omega = 0$; $\partial \ell(\omega; \theta) / \partial \theta = 0$,求出 ω 和 θ 的初始值 $\omega^{(0)}$ 和 $\theta^{(0)}$ 。

步骤3:代入式(10)求得 $\alpha^{(1)}$,重复以上步骤最终得到符合收敛精度的 α ,并计算出权重系数 ω 和条件参数 θ 。

综上,可以看出基于贝叶斯线性回归的EM可以在参数估计的同时引入先验信息,随着收集到更多的数据,不断改进参数估计,可以更加充分地利用样本数据完善模型。

1.2 多维 Copula 函数计算

计算得到二元 Copula 函数后,采用 R-Vine 理论能够得出多维变量的联合概率密度函数,其数学模型为^[25]:

$$f(X) = \prod_{k=1}^d f_k(x_k) \cdot \prod_{i=1}^{d-1} \prod_{e \in E_i} c_{M,j(e),k(e)|D(e)}(F(x_{j(e)}|x_{D(e)}), F(x_{k(e)}|x_{D(e)})) \quad (11)$$

式中: X 为 d 维向量, $X = [x_1, x_2, \dots, x_d]$; $f_k(x_k)$ 为随机变量 x_k 的概率密度函数; $j(e)$ 和 $k(e)$ 为与边 e 相连的2个条件节点; $e = j(e), k(e) | D(e)$,表示边集 E_i 的一条边; $D(e)$ 为条件集; $c_{M,j(e),k(e)|D(e)}$ 为对应的条件 Copula 概率密度函数; $F(x_{j(e)}|x_{D(e)})$ 为条件累积分布函数,其中 $x_{j(e)}, x_{D(e)}, x_{k(e)}$ 表示与边 e 相连的边。

本文采用 D-Vine 结构确定多维 Copula 函数,该模型具有明显的平行结构,具有较好的精度。四维 D-Vine 模型逻辑图如图 1 所示。图中, U_1, U_2, U_3, U_4 为边缘分布函数; C_{12} 为 U_1 和 U_2 的联合分布函数; $C_{13|2}$ 为条件分布函数,条件是以 U_2 为边缘分布函数, $C_{24|3}$ 同理; $C_{14|23}$ 为以 U_2 和 U_3 为条件的条件联合分布函数。

与图 1 对应的四维变量联合概率密度函数的分解形式为:

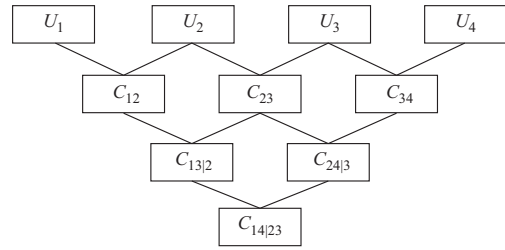


图 1 D-Vine 结构逻辑图
Fig1 Logic diagram of D-Vine structure

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1) f_2(x_2) f_3(x_3) f_4(x_4) \cdot c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) c_{23}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot c_{34}(F_1(x_1), F_2(x_2)) c_{13|2}(F_{1|2}(x_1|x_2), F_{3|2}(x_3|x_2)) \cdot c_{24|3}(F_{2|3}(x_2|x_3), F_{4|3}(x_4|x_3)) \cdot c_{14|23}(F_{1|23}(x_1|x_2, x_3), F_{3|2}(x_4|x_2, x_3)) \quad (12)$$

式中: $c_{12}(\cdot)$ 为与 C_{12} 对应的概率密度函数, $c_{23}(\cdot), c_{34}(\cdot), c_{13|2}(\cdot), c_{24|3}(\cdot), c_{14|23}(\cdot)$ 同理; $F_{1|2}(\cdot), F_{3|2}(\cdot), F_{2|3}(\cdot), F_{4|3}(\cdot), F_{1|23}(\cdot), F_{3|2}(\cdot)$ 为条件累积分布函数。

条件累积分布函数的表达式为:

$$F(x_i|x_j) = \frac{\partial C(F(x_i), F(x_j))}{\partial F(x_j)} \quad (13)$$

式中: $C(\cdot)$ 为联合分布函数; $F(x_j)$ 为累积分布函数。

本文在进行二维条件 Copula 函数计算时,为保证计算精度,先将式(3)代入式(13)求出条件累积分布函数 $F(x_i|x_j)$,由于采样点多,经验 Copula 函数可以看成光滑曲线。然后将 $F(x_i|x_j)$ 代回式(3)得到条件经验 Copula 函数,作为目标值,代入式(4)求出第 2 层的条件 Copula 函数 $C_{M,13|2}$ 等。

2 基于 Rosenblatt 变换的概率潮流计算

2.1 三点估计法

在 n 节点的系统,每个节点的功率方程可以表示为:

$$\begin{cases} P_i = V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ Q_i = V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{cases} \quad (14)$$

式中: P_i 和 Q_i 分别为节点注入的有功和无功率; V_i 为节点电压幅值; θ_{ij} 为相角差; G_{ij} 和 B_{ij} 分别为电导和电纳。如果节点的有功功率 P_i 、无功功率 Q_i 以及电压 V_i 的幅值等输入变量是随机变量,那么确定性潮流问题可转换为概率潮流问题。

三点估计法在求解概率问题时能兼顾精度与效率,假设潮流方程可以表示为:

$$Y = G(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (15)$$

式中: Y 为随机变量; $G(\cdot)$ 为 x_1, x_2, \dots, x_n 与 Y 相关

的函数。

它对每个输入变量 x_i 取 3 个采样值 $x_{i,g} (g = 1, 2, 3)$, $x_{i,g}$ 可以通过式(16)计算得到。

$$x_{i,g} = \bar{x}_i + \xi_{x_{i,g}} s_i \quad g = 1, 2, 3 \quad (16)$$

式中: \bar{x}_i 和 s_i 分别为 x_i 的期望和方差; $\xi_{x_{i,g}}$ 为 x_i 的标准采样值^[26-27]。

对于每一个采样值 x_i , 输出的随机变量 Y 需要按照式(17)进行确定性评估。

$$Y(i, g) = G(\mu_{x_1}, \dots, \mu_{x_{i-1}}, x_{i,g}, \mu_{x_{i+1}}, \dots, \mu_{x_n}) \quad (17)$$

式中: $\mu_{x_{i+1}}$ 为与 x_{i+1} 有关的中心矩。

通过式(18)可以得出输出变量 y_i 的 l 阶原点矩 $E(y_{i,l})$ 为:

$$E(y_{i,l}) \approx \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^3 \omega_{x_{i,g}} (y_i(i, g))^l \quad (18)$$

式中: $\omega_{x_{i,g}}$ 为采样值 $x_{i,g}$ 对应的权重系数。当计算得到输出变量 y_i 的前 2 阶矩时, 即可得到期望 μ_{y_i} 和方差 σ_{y_i} 如式(19)所示。

$$\begin{cases} \mu_{y_i} = E(y_i) & i = 1, 2, \dots, n \\ \sigma_{y_i} = \sqrt{E(y_i^2) - \mu_{y_i}^2} & i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (19)$$

2.2 基于 Rosenblatt 变换的三点估计法

Rosenblatt 变换的独特之处在于, 它不是采用变量的线性相关系数作为输入量, 而是以变量的联合概率密度函数作为基础的一种变换^[17]。因此, 针对多维风速相关性这类非线性问题, 能够较大程度地提高计算精度。

假设 n 维变量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, 根据等概率变换原则, 对 n 维变量 X 作如下处理。

$$\begin{cases} U_1 = \Phi^{-1}(F_1(x_1)) \\ U_2 = \Phi^{-1}(F_{2|1}(x_2|x_1)) \\ \vdots \\ U_d = \Phi^{-1}(F_{d|1,2,\dots,d-1}(x_d|x_1, x_2, \dots, x_{d-1})) \end{cases} \quad (20)$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累积分布函数; $U = [U_1, U_2, \dots, U_d]^T$ 为变换得到的独立标准正态变量矩阵。

上述过程表明, Rosenblatt 变换能够利用条件概率密度函数将具有相关性的变量转换为独立的标准正态变量, 使其符合三点估计法的应用条件。因此, 以 Rosenblatt 变换为基础的三点估计法能够精确计算含多维风电场的电力系统概率潮流。计算流程图如图 2 所示。

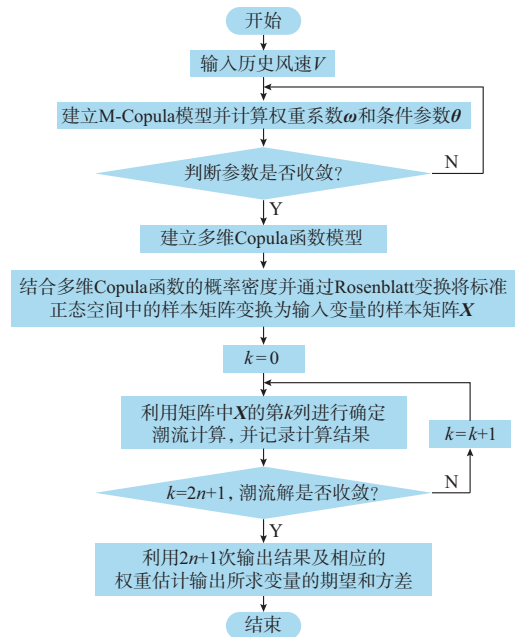


图 2 计算流程图
Fig2 Flow chart of calculation

3 算例分析

本文选取 IEEE 118 节点系统进行算例分析。负荷波动假设为正态分布, 节点 15、28、44、79 分别接入额定功率为 80 MW 的风电机组, 其运行参数参考中国张北地区风电场的实际运行数据, 设定平衡节点电压标幺值为 1, 功率因数恒定为 0.98。具体计算过程如下。

1) 读取近一年的历史风速序列。利用核密度估计各风电场的风速边缘分布。图 3 为 4 个风电场的风速核分布与经验分布对比。

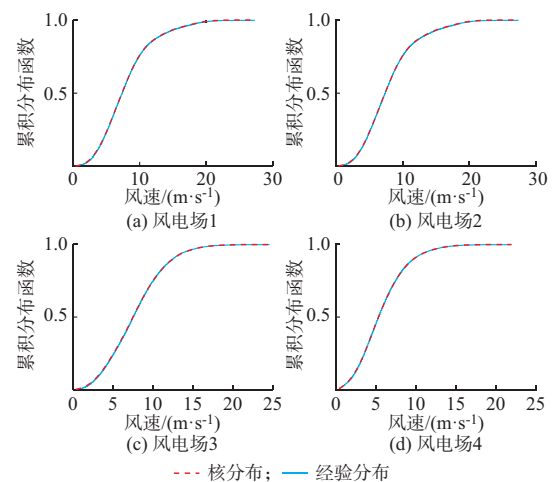


图 3 各风电场风速核分布估计与经验分布对比
Fig.3 Comparison between kernel distribution estimation of wind speed and empirical distribution in each wind farm

从图3中可以看出,核分布估计出的风速边缘分布与经验分布基本一致,说明该方法能够准确提取各风电场风速的边缘分布。然后利用基于贝叶斯理论的EM结合D-Vine结构计算4维Copula函数

的联合累积分布及概率密度,其中Pair-Copula及条件Copula函数的相关参数如表1所示。表中 ω_i 和 θ_i 分别为 ω 和 θ 的元素。

表1 二元M-Copula函数相关参数
Table 1 Related parameters of bivariate M-Copula function

相关参数	参数类型	ω_i	θ_i	相关参数	参数类型	ω_i	θ_i
$C_{M,12}$	C_T	0.723 1	0.861 2/13.632 0	$C_{M,13 2}$	C_T	0.587 7	0.622 6/17.384 0
	C_G	0.181 2	3.824 2		C_G	0.232 1	3.884 6
	C_C	0.095 7	2.717 4		C_C	0.180 2	3.173 8
$C_{M,23}$	C_T	0.624 6	0.681 4/5.863 1	$C_{M,24 3}$	C_T	0.542 1	0.687 1/13.467 0
	C_G	0.196 4	2.936 3		C_G	0.250 7	2.987 1
	C_C	0.137 9	2.847 6		C_C	0.207 2	1.937 6
$C_{M,34}$	C_T	0.825 2	0.931 6/4.632 8	$C_{M,14 23}$	C_T	0.686 1	0.852 1/9.632 1
	C_G	0.121 4	3.215 5		C_G	0.203 6	3.572 4
	C_C	0.054 3	6.174 6		C_C	0.110 3	4.178 6

为了验证所提算法的精确性,将不同算法(最小二乘法、EM、基于贝叶斯理论的EM)得出的联合分布分别与经验分布使用K-S检验和欧氏距离作对比研究,并改变样本空间大小,验证所提算法具备迭代更新的能力。采样时选取的显著水平为5%,结果如表2所示。表2中 $C_B(v_1, v_2, v_3, v_4)$ 表示采用本文所提算法拟合出的联合分布函数; $C_{OLS}(v_1, v_2, v_3, v_4)$ 表示采用最小二乘法拟合出的联合分布函数; $C_{EM}(v_1, v_2, v_3, v_4)$ 表示采用EM拟合出的联合分布函数; v_1, v_2, v_3, v_4 为不同风速。

表2 风电机群风速联合分布对比
Table 2 Comparison of wind speed joint distribution for wind turbines

联合分布函数	样本数量	欧氏距离 d	K值
$C_B(v_1, v_2, v_3, v_4)$	2 555	2.034 8	0.186
	8 760	1.864 4	0.175
	52 560	1.775 2	0.168
$C_{OLS}(v_1, v_2, v_3, v_4)$	2 555	2.204 3	0.195
	8 760	2.187 2	0.192
	52 560	2.196 4	0.193
$C_{EM}(v_1, v_2, v_3, v_4)$	2 555	2.136 6	0.189
	8 760	2.074 2	0.184
	52 560	2.051 3	0.183

K值作为一个评估参数,其值越小,说明估计得到的联合分布与经验分布的重合度越高;同理欧氏距离 d 越小,也表明解析得到的联合分布与实际数据得出的经验分布差异度越低。从表2中可以看出,所提算法估计得到的联合分布函数与经验分布的欧氏距离及K-S验证值均为最小。验证结果表

明:采用本文所提算法,能够更加精确地计算多维风速联合分布函数。同时,所提算法能够随着样本的不断扩充,进行自我更新迭代,修正模型参数,进一步提高计算精度。

除此之外,本文还对比了3种不同方法的P-P图,如图4所示。图中, $C_n(v_1, v_2, v_3, v_4)$ 表示采用经验Copula函数拟合出的联合分布函数。从P-P图对比中可以看出,所提算法与经验分布最为贴近,并且随着样本扩充,精度不断提高,与上述结论一致。

2)在独立的标准正态空间对风速进行采样得到相互独立的风速序列。将获得的风速序列代入式(21)求出风机的出力序列^[25]。按照三点估计方法得到输入变量的前4阶矩和相应的权重系数,结合四维Copula概率密度函数,采用Rosenblatt逆变换,得到具有相关性的原变量空间评价矩阵,最后对输出变量的均值和方差进行估计。

$$p_w = \begin{cases} 0 & v \leq v_{wi}, v \geq v_{wo} \\ \frac{v - v_{wi}}{v_r - v_{wi}} P_r & v_{wi} < v < v_r \\ P_r & v_r \leq v < v_{wo} \end{cases} \quad (21)$$

式中: v 为实际风速; p_w 为风机输出功率; P_r 为风机额定功率; v_{wi}, v_{wo}, v_r 分别为切入风速、切出风速、额定风速。假设切入风速 $v_{wi} = 3 \text{ m/s}$,切出风速 $v_{wo} = 24 \text{ m/s}$,额定风速 $v_r = 13 \text{ m/s}$ 。

3)由于输入变量包含随机变量,所以计算结果为系统的概率潮流,输出信息包括电压 V 、相角 θ 、有功功率 P 和无功功率 Q 的概率分布以及数字特征。利用风电场历史出力数据得到的计算结果作为参考值,输出对应变量 V, θ, P, Q 的期望和标准差的

相对误差 ϵ_{μ}^x 和 ϵ_{σ}^x 分别如式(22)和式(23)所示。

$$\epsilon_{\mu}^x = \left| \frac{\mu_{C_n}^x - \mu_{PEM}^x}{\mu_{C_n}^x} \right| \times 100\% \quad (22)$$

$$\epsilon_{\sigma}^x = \left| \frac{\sigma_{C_n}^x - \sigma_{PEM}^x}{\sigma_{C_n}^x} \right| \times 100\% \quad (23)$$

式中: $\mu_{C_n}^x, \mu_{PEM}^x$ 和 $\sigma_{C_n}^x, \sigma_{PEM}^x$ 分别表示经验分布函数和本文所提算法得到的期望值和标准差,其中上标 x 可取为 V, θ, P, Q , 分别为电压、相角、有功功率和无功功率的对应值。由于概率潮流的输出变量很多, 本文采用每类输出变量的相对误差的平均值和最大值来衡量算法的精确性。

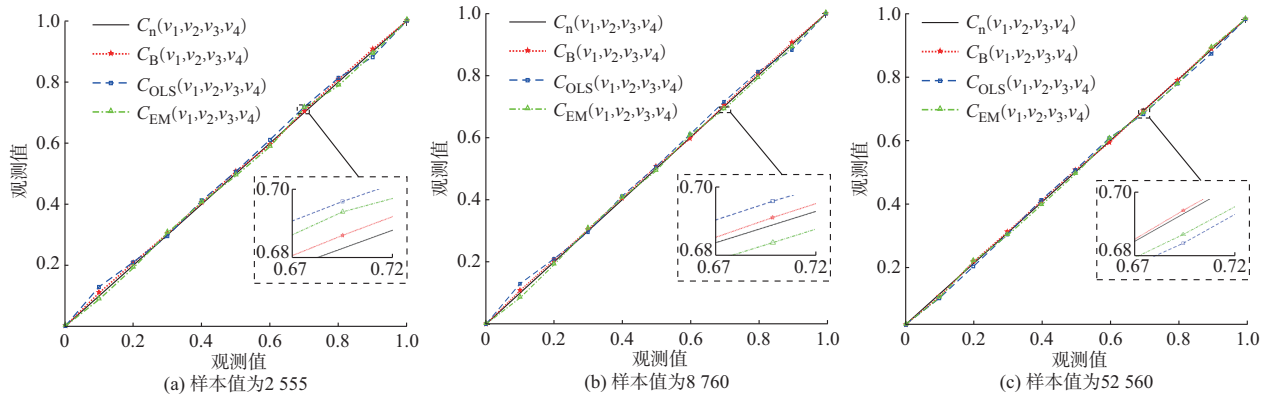


图4 不同方法计算的风电场风速的联合分布函数与经验分布对比的P-P图

Fig. 4 P-P diagram for comparison of joint distribution function and empirical distribution of wind speed in wind farm calculated by different methods

潮流计算时,考察不同相关性模型的计算结果。不同相关性模型与点估计法结合时,其潮流计算的结果不同。根据表3可以看出,在不同概率模型下,标准差的相对误差不同。假设风速独立时,标

准差的偏差比较大,采用最小二乘法建模的误差值比本文所提方法建模的误差值高。结果表明,充分考虑风电功率的相关性有助于提高概率潮流的计算精度。

表3 不同风电功率相关性建模的误差比较
Table 3 Error comparison of different wind power correlation modeling

风电功率相关性	类型	ϵ_{μ}^V	ϵ_{σ}^V	ϵ_{μ}^{θ}	$\epsilon_{\sigma}^{\theta}$	ϵ_{μ}^P	ϵ_{σ}^P	ϵ_{μ}^Q	ϵ_{σ}^Q
风电功率不相关	平均值	0.002 3	11.131 0	0.798 6	8.990 2	0.858 7	10.824 0	0.783 1	11.652 0
	最大值	0.028 8	16.764 0	1.865 7	12.623 0	2.943 3	15.204 0	6.234 2	17.011 0
C_B	平均值	0.001 5	1.112 0	0.596 2	1.863 3	0.428 6	0.765 5	0.453 3	0.892 4
	最大值	0.011 2	2.052 2	1.442 5	2.624 1	1.956 4	2.322 8	4.226 3	6.013 2
C_{OLS}	平均值	0.001 9	1.131 1	0.598 6	1.990 2	0.456 7	0.895 4	0.523 1	0.985 2
	最大值	0.018 8	2.764 2	1.485 7	2.724 3	2.331 2	2.886 4	5.132 2	7.012 1

蒙特卡洛模拟可以精确地获得节点电压和支路潮流的概率解,但是需要大量的样本和确定性潮流计算,耗时较长,一般用来对比验证。本文采用蒙特

卡洛模拟法及Nataf逆变换的三点估计法与所提算法进行对比,输出结果如表4所示。

表4 不同计算方法的误差比较
Table 4 Error comparison with different calculation methods

计算方法	类型	ϵ_{μ}^V	ϵ_{σ}^V	ϵ_{μ}^{θ}	$\epsilon_{\sigma}^{\theta}$	ϵ_{μ}^P	ϵ_{σ}^P	ϵ_{μ}^Q	ϵ_{σ}^Q
Rosenblatt变换	平均值	0.001 5	1.112 0	0.596 2	1.863 3	0.428 6	0.765 5	0.453 3	0.892 4
	最大值	0.011 2	2.052 2	1.442 5	2.624 1	1.956 4	2.322 8	4.226 3	6.013 2
蒙特卡洛模拟法	平均值	0.001 5	1.065 1	0.582 7	1.754 9	0.424 6	0.723 1	0.451 0	0.881 3
	最大值	0.010 7	1.963 2	1.395 5	2.610 4	1.875 6	2.268 1	4.102 5	5.988 6
Nataf变换	平均值	0.001 6	1.128 1	0.596 6	1.901 1	0.428 8	0.782 2	0.458 3	0.910 2
	最大值	0.018 0	2.453 3	1.442 8	2.700 3	1.956 3	2.786 3	4.238 9	6.161 4

通过对比分析可知,基于 Rosenblatt 变换的三点估计法计算出的期望和标准差的平均误差均小于 Nataf 变换得到的结果,相较于蒙特卡洛模拟法,其相对误差的平均值小于 2%,最大值小于 8%。由此可见,所提算法是较为准确的。并且由表 4 可知,输出变量的标准差估算值的误差要大于期望估算值的误差,这也符合三点估计法的特性。除此之外,本文还对不同算法的计算时间作了对比。在计算 IEEE 118 节点系统潮流时,Nataf 变换平均耗时 56.34 s,

所提算法平均耗时 56.36 s,蒙特卡洛模拟法平均耗时 1 496.73 s。由此可见,基于 Rosenblatt 变换的三点估计法在保证精度的同时,也大幅提高了计算效率。

为了进一步验证所提算法的适用性,本文考察了不同幅值的负荷波动对输出变量期望及标准差的误差影响情况,结果如表 5 所示。由表 5 可以看出,不同的负荷波动对误差的平均值影响很小,误差维持在较低水平。

表 5 不同负荷波动幅度时的平均相对误差结果
Table 5 Results of average relative error at different fluctuations of load level

负荷波动幅值/%	ϵ_{μ}^V	ϵ_{σ}^V	ϵ_{μ}^{θ}	$\epsilon_{\sigma}^{\theta}$	ϵ_{μ}^P	ϵ_{σ}^P	ϵ_{μ}^Q	ϵ_{σ}^Q
5	0.001 6	1.133 0	0.597 0	1.864 4	0.429 1	0.764 8	0.453 2	0.892 2
10	0.001 5	1.131 2	0.595 5	1.863 4	0.429 0	0.765 2	0.454 2	0.891 6
15	0.001 6	1.132 4	0.595 8	1.863 7	0.428 1	0.764 9	0.452 6	0.893 1

4 结语

针对潮流计算中出现的多维风电场建模困难等问题,本文提出了一种基于贝叶斯线性回归的 EM,能够准确地计算多维风电场之间的联合分布函数,并以此为基础,结合 Rosenblatt 变换应用于概率潮流的三点估计法,得出以下结论。

1) 基于贝叶斯理论的 EM 能够充分利用样本数据寻找先验信息并准确地估计模型参数,与传统的最小二乘法和 EM 相比,能够更加准确地反映风电场风速之间的联合分布,并且随着样本的扩充,能够更好地完善模型。

2) 风电场的出力相关性对概率潮流的运算结果有很大影响。基于 Rosenblatt 变换的三点估计法能够有效地捕捉风速的联合分布,并将这些具有相关性的随机变量转换为独立的正态分布变量,然后进行精确的潮流计算,且计算效率较高。

3) 通过算例可知,在不同负荷波动情况下,所提算法计算得到的误差波动较小,维持在较低水平,说明该算法具有良好的适用性。

参考文献

- [1] 孙明,吴浩,邱一苇,等.基于广义多项式混沌法的含风电电力系统随机潮流[J].电力系统自动化,2017,41(7):54-60.
SUN Ming, WU Hao, QIU Yiwei, et al. Probabilistic load flow for wind power integrated system based on generalized polynomial chaos methods [J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(7): 54-60.
- [2] 邹金,朱继忠,赖旭,等.基于时空自回归移动平均模型的风电出力序列模拟[J].电力系统自动化,2019,43(3):101-107.

ZOU Jin, ZHU Jizhong, LAI Xu, et al. Simulation of wind power output series based on space-time auto-regressive moving average model [J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(3): 101-107.

- [3] YANG Z F, XIE K G, YU J, et al. A general formulation of linear power flow models: basic theory and error analysis [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(2): 1315-1324.
- [4] 吴巍,汪可友,李国杰,等.基于 Pair Copula 的多维风电功率相关性分析及建模[J].电力系统自动化,2015,39(16):37-42.
WU Wei, WANG Keyou, LI Guojie, et al. Correlation analysis and modeling of multiple wind power based on Pair Copula [J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(16): 37-42.
- [5] 杨洪明,王爽,易德鑫,等.考虑多风电场出力相关性的电力系统随机优化调度[J].电力自动化设备,2013,33(1):114-120.
YANG Hongming, WANG Shuang, YI Dexin, et al. Stochastic optimal dispatch of power system considering multi-wind power correlation [J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(1): 114-120.
- [6] 邱宜彬,欧阳誉波,李奇,等.考虑多风电场相关性的场景概率潮流计算及无功优化[J].电力系统保护与控制,2017,45(2):61-68.
QIU Yibin, OUYANG Yubo, LI Qi, et al. Scenario probabilistic load flow calculation and reactive power optimization considering wind farms correlation [J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(2): 61-68.
- [7] 方斯顿,程浩忠,徐国栋,等.基于 Nataf 变换含相关性的扩展准蒙特卡洛随机潮流方法[J].电工技术学报,2017,32(2):255-263.
FANG Sidun, CHENG Haozhong, XU Guodong, et al. A Nataf transformation based on extended quasi Monte Carlo simulation method for solving probabilistic load flow problems with correlated random variables [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(2): 255-263.

- [8] 谢桦,陈昊,邓晓洋,等.基于改进K-means聚类技术与半不变量法的电-气综合能源系统运行风险评估方法[J].中国电机工程学报,2020,40(1):59-69.
XIE Hua, CHEN Hao, DENG Xiaoyang, et al. Electric-gas integrated energy system operational risk assessment based on improved K-means clustering technology and semi-invariant method[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(1): 59-69.
- [9] 茆美琴,周松林,苏建徽.基于风光联合概率分布的微电网概率潮流预测[J].电工技术学报,2014,29(2):55-63.
MAO Meiqin, ZHOU Songlin, SU Jianhui. Probabilistic power flow forecasting of microgrid based on joint probability distribution about wind and irradiance[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(2): 55-63.
- [10] ZHANG Z D, QIN H, LIU Y Q, et al. Wind speed forecasting based on quantile regression minimal gated memory network and kernel density estimation[J]. Energy Conversion and Management, 2019, 196: 1395-1409.
- [11] 张立波,程浩忠,曾平良,等.基于Nataf逆变换的概率潮流三点估计法[J].电工技术学报,2016,31(6):187-194.
ZHANG Libo, CHENG Haozhong, ZENG Pingliang, et al. A three-point estimate method for solving probabilistic load flow based on inverse Nataf transformation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(6): 187-194.
- [12] CARAMIA P, CARPINELLI G, VARILONE P. Point estimate schemes for probabilistic three-phase load flow [J]. Electric Power Systems Research, 2010, 80(2): 168-175.
- [13] ROSENBLATT M. Remarks on a multivariate transformation [J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1952, 23(3): 470-472.
- [14] LIU P L, DER KIUREGHIAN A. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 1986, 1(2): 105-112.
- [15] LIN X Y, JIANG Y Y, PENG S, et al. An efficient Nataf transformation based probabilistic power flow for high-dimensional correlated uncertainty sources in operation [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2020, 116: 105543.
- [16] 韩海腾,高山,吴晨,等.基于Nataf变换的电网不确定性多点估计法[J].电力系统自动化,2015,39(7):28-34.
HAN Haiteng, GAO Shan, WU Chen, et al. Uncertain power flow solved by multi-point estimate method based on Nataf transformation [J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(7): 28-34.
- [17] DITLEVSEN O, MADSEN H O. Structural reliability methods[M]. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- [18] 熊芬芬,杨树兴,刘宇,等.工程概率不确定性分析方法[M].北京:科学出版社,2015.
XIONG Fenfen, YANG Shuxing, LIU Yu, et al. Engineering probabilistic uncertainty analysis method[M]. Beijing: Science Press, 2015.
- [19] SKLAR A. Fonctions de repartition à dimensions et leurs marges[J]. Publication de l'Institut de Statistique l'Universite Paris, 1959, 8: 229-231.
- [20] AAS C, CZADO C, FRIGESSI A, et al. Pair-Copula construction of multiple dependence [J]. Insurance Mathematic and Economics, 2009, 44(2): 182-198.
- [21] 刘俊,郝旭东,程佩芬,等.结合M-Copula理论与半不变量的随机潮流方法[J].电网技术,2018,42(2):578-584.
LIU Jun, HAO Xudong, CHENG Peifen, et al. Probabilistic load flow method combining M-Copula theory and cumulants [J]. Power System Technology, 2018, 42(2): 578-584.
- [22] 潘雄,王莉莉,徐玉琴,等.基于混合Copula函数的风电场出力建模方法[J].电力系统自动化,2014,38(14):17-22.
PAN Xiong, WANG Lili, XU Yuqin, et al. A wind farm power modeling method based on mixed Copula [J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(14): 17-22.
- [23] TUTZ G, BINDER H. Boosting ridge regression [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2007, 51(12): 6044-6059.
- [24] 徐玉琴,陈坤,李俊卿,等.Copula函数与核估计理论相结合分析风电场出力相关性的一种新方法[J].电工技术学报,2016,31(13):92-100.
XU Yuqin, CHEN Kun, LI Junqing, et al. A new method analyzing output correlation of multi-wind farms based on combination of Copula function and kernel estimation theory[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(13): 92-100.
- [25] WANG Z, WANG W S, LIU C, et al. Probabilistic forecast for multiple wind farms based on regular Vine-Copula[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1): 578-589.
- [26] 李湃,刘纯,黄越辉,等.基于隐马尔科夫模型的多风电场相关性出力时间序列建模方法[J].中国电机工程报,2019,39(19):5683-5691.
LI Pai, LIU Chun, HUANG Yuehui, et al. Modeling correlated power time series of multiple wind farms based on hidden Markov model[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(19): 5683-5691.
- [27] XIE Z Q, JI T Y, LI M S, et al. Quasi-Monte Carlo based probabilistic optimal power flow considering the correlation of wind speeds using Copula function[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(2): 2239-2247.

苏晨博(1991—),男,博士研究生,主要研究方向:风电场规划、风力发电系统并网及其控制。E-mail: scb2636@foxmail.com

刘崇茹(1977—),女,通信作者,博士,教授,主要研究方向:交直流混合系统分析与仿真、运行与控制。E-mail: chongru.liu@ncepu.edu.cn

李至峪(1996—),男,硕士研究生,主要研究方向:交直流混联系统小干扰稳定性。E-mail:424120329@qq.com

(编辑 鲁尔姣)

Bayesian Theory Based Calculation of Probabilistic Power Flow Considering Correlation Between Multi-dimensional Wind Speed

SU Chenbo, LIU Chongru, LI Zhiyu, ZHOU Ming

(School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: With the large-scale integration and operation of wind turbines, the correlation of wind speed between multi-dimensional wind farms will affect the stability of the power system. Probabilistic power flow calculation considering correlation is helpful for reasonably regulating power system operation modes and optimal dispatching, so as to improve the system stability. Aiming at the correlation between multi-dimensional wind farms, a three-point estimation method based on the maximum expectation algorithm of Bayesian theory and Rosenblatt transform is proposed. This algorithm can well capture the nonlinear correlation between wind farms, calculate the joint distribution function of wind speed in multi-dimensional wind farms, and apply it to probabilistic power flow calculation. Finally, the algorithm is verified by the IEEE 118-node system, and compared with Monte Carlo simulation method and Nataf transform. The results show that the proposed algorithm has the advantages of high accuracy and fast convergence speed.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China-State Grid Joint Fund for Smart Grid (No. U1866204).

Key words: Bayesian theory; maximum expectation algorithm; Rosenblatt transform; three-point estimation method; probabilistic power flow

