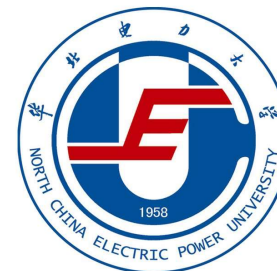


即将直播授课



腾讯课堂
喊你来学习
刘崇茹的课堂



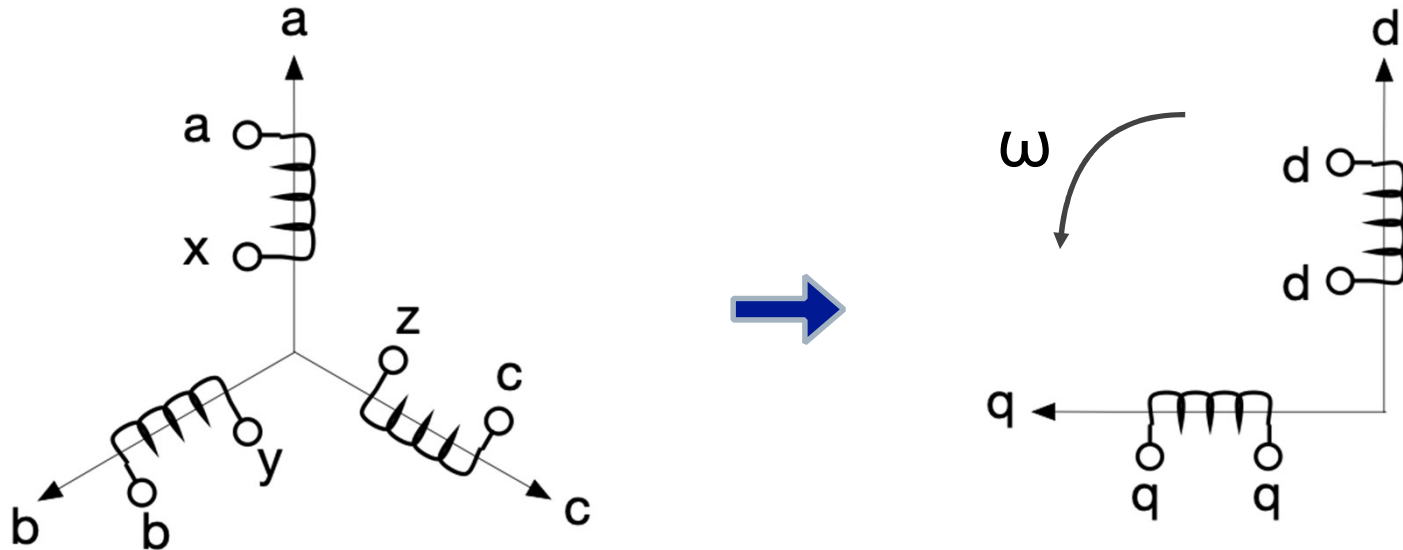
扫码上课

雨课堂邀请码ZMCQON

- 下载腾讯课堂学生端APP：
<https://ke.qq.com/s>
- 扫码进课
- 也可以看回放
- 进一次以后，下次再进课堂不需要再扫码：
我的一最近看过—刘崇茹的课堂
- 请将昵称改为：学号姓名

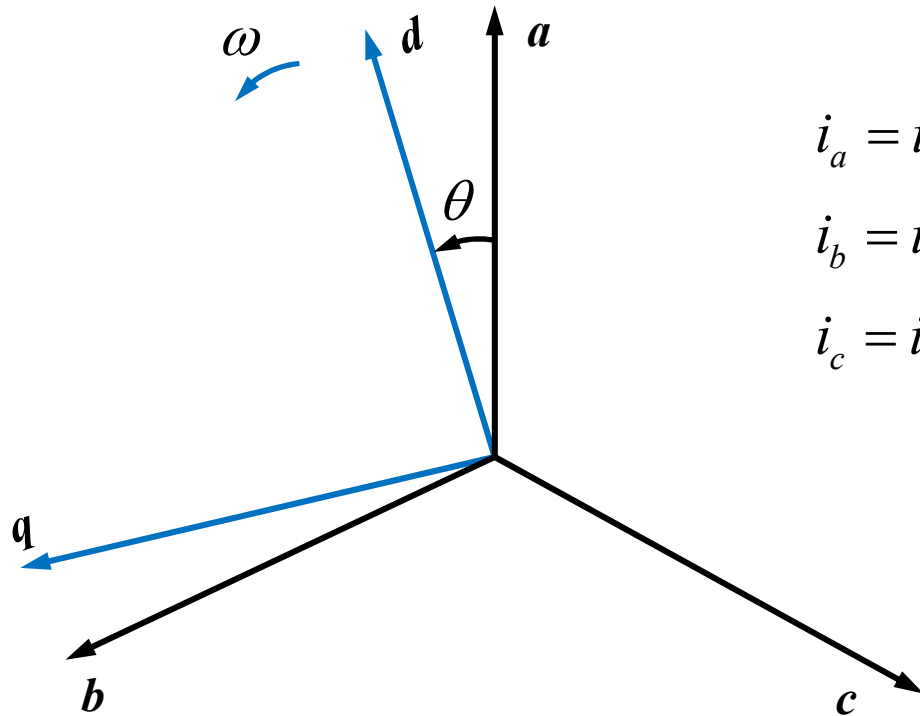
派克变换的原理

- 根据双反应原理，用直轴d、交轴q作为这两个轴线，并在这两个轴线方向分别放置一个**等效定子绕组**，用这两个等效的定子绕组所产生的**电枢反应磁场**来**代替**原来三相定子绕组所产生的**电枢反应磁场**。



关于基波磁动势和电流幅值的关系，可参考：<https://zhuanlan.zhihu.com/p/77819897>

派克变换的原理



$$i_a = i_d \cos \theta - i_q \sin \theta + i_0$$

$$i_b = i_d \cos(\theta - 120^\circ) - i_q \sin(\theta - 120^\circ) + i_0$$

$$i_c = i_d \cos(\theta + 120^\circ) - i_q \sin(\theta + 120^\circ) + i_0$$

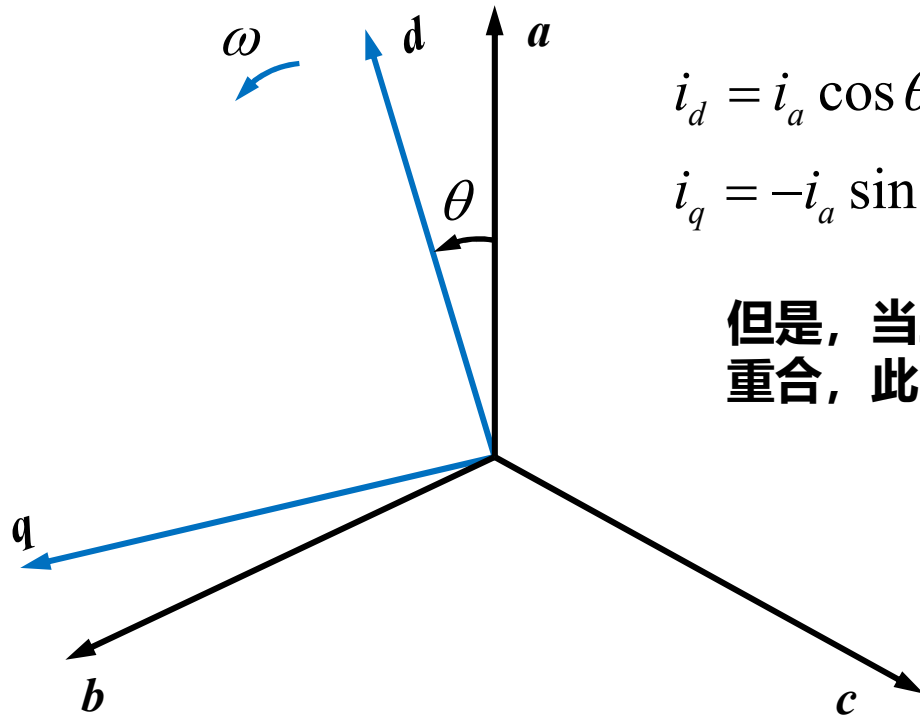
$$i_{abc} = P^{-1} i_{dq0}$$

对矩阵求逆，就可以得到P矩阵。

$$i_{dq0} = P i_{abc}$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

派克变换的原理



$$i_d = i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)$$

$$i_q = -i_a \sin \theta - i_b \sin(\theta - 120^\circ) - i_c \sin(\theta + 120^\circ)$$

但是，当三相电流只有正序且 $t=0$ 时刻，d轴与a轴重合，此时a相电流达到最大值，则有：

$$i_a = I_m \cos \theta$$

$$i_b = I_m \cos(\theta - 120^\circ)$$

$$i_c = I_m \cos(\theta + 120^\circ)$$

$$i_d = I_m \cos^2 \theta + I_m \cos^2(\theta - 120^\circ) + I_m \cos^2(\theta + 120^\circ) = \frac{3}{2} I_m$$

$$i_q = 0$$

因此变换矩阵要取一个系数 $2/3$ ，以使得合成的空间综合矢量数值上仍为1。

派克变换

- 正变换: $abc \rightarrow dq0$

$$A_{dq0} = P A_{abc} \quad P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- 反变换: $dq0 \rightarrow abc$

$$A_{abc} = P^{-1} A_{dq0} \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix}$$

对磁链方程进行派克变换

$$\begin{bmatrix} \Psi_{abc} \\ \Psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{SS} & M_{SR} \\ M_{RS} & M_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_{abc} \\ I_{fDQ} \end{bmatrix} \quad A_{dq0} = PA_{abc}$$

$$\begin{pmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \\ \dots \\ \Psi_f \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & \vdots & M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} & \vdots & M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} & \vdots & M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & \vdots & L_{ff} & M_{fD} & M_{fQ} \\ M_{Da} & M_{Db} & M_{Dc} & \vdots & M_{Df} & L_{DD} & M_{DQ} \\ M_{Qa} & M_{Qb} & M_{Qc} & \vdots & M_{Qf} & M_{QD} & L_{QQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

派克变换后——磁链方程

■ 磁链方程

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 & 0 & \vdots & m_{af} & m_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{3}{2}m_{af} & 0 & 0 & \vdots & L_f & m_r & 0 \\ \frac{3}{2}m_{aD} & 0 & 0 & \vdots & m_r & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{aQ} & 0 & \vdots & 0 & 0 & L_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

派克变换后——磁链方程

■ 数学处理

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 & 0 & \vdots & \frac{3}{2}m_{af} & \frac{3}{2}m_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & \frac{3}{2}m_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{3}{2}m_{af} & 0 & 0 & \vdots & \frac{3}{2}L_f & \frac{3}{2}m_r & 0 \\ \frac{3}{2}m_{aD} & 0 & 0 & \vdots & \frac{3}{2}m_r & \frac{3}{2}L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{aQ} & 0 & \vdots & 0 & 0 & \frac{3}{2}L_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ \frac{2}{3}i_f \\ \frac{2}{3}i_D \\ \frac{2}{3}i_Q \end{pmatrix}$$

派克变换后——磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & 0 & 0 & x_{ad} & x_{aD} & 0 \\ 0 & x_q & 0 & 0 & 0 & x_{aQ} \\ 0 & 0 & x_0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & x_f & x_{fd} & 0 \\ x_{aD} & 0 & 0 & x_{fd} & x_D & 0 \\ 0 & x_{aQ} & 0 & 0 & 0 & x_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$x_{aD} = x_{fD} = x_{ad}$$

$$x_{aQ} = x_{aq}$$

$$x_d = x_\sigma + x_{ad}$$

$$x_q = x_\sigma + x_{aq}$$

$$x_f = x_{f\sigma} + x_{ad}$$

$$x_D = x_{D\sigma} + x_{ad}$$

$$x_Q = x_{Q\sigma} + x_{aq}$$

派克变换后——磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & 0 & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & x_q & 0 & 0 & 0 & x_{aq} \\ 0 & 0 & x_0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & x_f & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & x_{ad} & x_D & 0 \\ 0 & x_{aq} & 0 & 0 & 0 & x_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$x_d = x_\sigma + x_{ad}$$

$$x_q = x_\sigma + x_{aq}$$

$$x_f = x_{f\sigma} + x_{ad}$$

$$x_D = x_{D\sigma} + x_{ad}$$

$$x_Q = x_{Q\sigma} + x_{aq}$$

派克变换的应用实例之一——发电机运行相量图

■ 简化:

- 三相对称

$$u_0=0, i_0=0, \Psi_0=0$$

- 阻尼绕组

$$i_D=0, i_Q=0$$

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \dots \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_d & 0 & 0 & \vdots & X_{ad} & X_{ad} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_{aq} \\ 0 & 0 & X_0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ X_{ad} & 0 & 0 & \vdots & X_f & X_{ad} & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & \vdots & X_{ad} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aq} & 0 & \vdots & 0 & 0 & X_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f \\ \psi_q = -X_q i_q \\ \psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f \end{cases}$$

派克变换的应用实例之一——发电机运行相量图

$$\begin{aligned}
 u_d &= -r_a i_d + \dot{\psi}_d - \omega \psi_q & \psi_d &= -X_d i_d + X_{ad} i_f \\
 u_q &= -r_a i_q + \dot{\psi}_q + \omega \psi_d & \psi_q &= -X_q i_q \\
 u_f &= r_f i_f + \dot{\psi}_f & \psi_f &= -X_{ad} i_d + X_f i_f
 \end{aligned}$$

- 假设：
 - 忽略定子绕组内部电磁暂态过程， $p\psi$ 均为零
 - 忽略转子转速变化， $\omega=1$

$$\begin{aligned}
 u_d &= -r_a i_d + \dot{\psi}_d - \omega \psi_q \\
 u_q &= -r_a i_q + \dot{\psi}_q + \omega \psi_d
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 u_d &= -r_a i_d + X_q i_q \\
 u_q &= -r_a i_q - X_d i_d + X_{ad} i_f
 \end{aligned}$$

- 空载：
 - 电枢电流为零， $i_d=0, i_q=0$

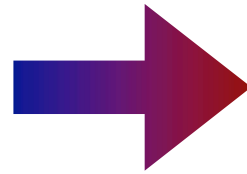
$$\begin{aligned}
 u_d &= -r_a i_d + X_q i_q \\
 u_q &= -r_a i_q - X_d i_d + X_{ad} i_f
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 u_d &= 0 \\
 u_q &= X_{ad} i_f
 \end{aligned}$$

定义为
 空载电动势 E_q
 E_q 在 q 轴上

派克变换的应用实例之一——发电机运行相量图

$$u_d = -r_a i_d + x_q i_q$$

$$u_q = -r_a i_q - x_d i_d + x_{ad} i_f$$



$$u_d = -r_a i_d + x_q i_q$$

$$u_q = -r_a i_q - x_d i_d + E_q$$

- 设d轴为实轴方向：
 - 那么，q轴则为虚轴方向，用d-q坐标系描述，则有

$$\begin{cases} \dot{U}_d = u_d \\ \dot{U}_q = j u_q \\ \dot{E}_q = j E_q \\ \dot{I}_d = i_d \\ \dot{I}_q = j i_q \end{cases}$$

$$u_d = \dot{U}_d = -r_a i_d + x_q i_q = -r_a \dot{I}_d + x_q \left(\frac{\dot{I}_q}{j} \right) = -r_a \dot{I}_d - j x_q \dot{I}_q$$

$$u_q = \left(\frac{\dot{U}_q}{j} \right) = -r_a \left(\frac{\dot{I}_q}{j} \right) - x_d \dot{I}_d + \left(\frac{\dot{E}_q}{j} \right)$$

$$\dot{U}_d = -r_a \dot{I}_d - j x_q \dot{I}_q$$

$$\dot{U}_q = -r_a \dot{I}_q - j x_d \dot{I}_d + \dot{E}_q$$

派克变换的应用实例之一——发电机运行相量图

■ 相量形式:

$$\begin{aligned}\dot{U}_d &= -r_a \dot{I}_d - jx_q \dot{I}_q \\ \dot{U}_q &= -r_a \dot{I}_q - jx_d \dot{I}_d + \dot{E}_q\end{aligned}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_d + \dot{U}_q = -r_a (\dot{I}_d + \dot{I}_q) - jx_q \dot{I}_q - jx_d \dot{I}_d + \dot{E}_q$$

$$\dot{E}_q = \dot{U} + r_a \dot{I} + jx_q \dot{I}_q + jx_d \dot{I}_d$$

隐极机 ($x_d = x_q$)

$$\begin{aligned}\dot{E}_q &= \dot{U} + r_a \dot{I} + jx_d (\dot{I}_q + \dot{I}_d) \\ &= \dot{U} + r_a \dot{I} + jx_d \dot{I}\end{aligned}$$

凸极机 ($x_d > x_q$)

$$\begin{aligned}\dot{E}_q &= \dot{U} + r_a \dot{I} + jx_d \dot{I}_d + jx_q \dot{I}_q \\ &= \dot{U} + r_a \dot{I} + jx_q \dot{I} + j(x_d - x_q) \dot{I}_d\end{aligned}$$

派克变换的应用实例之一——发电机运行相量图

隐极机 ($x_d = x_q$)

$$\begin{aligned}\dot{E}_q &= \dot{U} + r_a \dot{I} + jx_d (\dot{I}_q + \dot{I}_d) \\ &= \dot{U} + r_a \dot{I} + jx_d \dot{I}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{E}_q &= \dot{U} + r\dot{I} + jx_d \dot{I}_d + jx_q \dot{I}_q \\ &= \dot{U} + r\dot{I} + jx_q \dot{I} + j(x_d - x_q) \dot{I}_d\end{aligned}$$



对隐极机同样成立

$$\begin{aligned}\dot{E}_Q &= \dot{U} + r\dot{I} + jx_q \dot{I} \\ \dot{E}_q &= \dot{E}_Q + j(x_d - x_q) \dot{I}_d\end{aligned}$$

对凸极机来说, E_Q 是个虚构电势, 本身并不存在

对凸极机来说, E_Q 的作用是定位d-q轴

派克变换的应用实例之一——发电机运行相量图

如何根据这个方程绘制相量图？

$$\begin{aligned}\dot{E}_Q &= \dot{U} + r\dot{I} + jx_q\dot{I} \\ \dot{E}_q &= \dot{E}_Q + j(x_d - x_q)\dot{I}_d\end{aligned}$$

派克变换的应用实例之二

——发电机等值电路

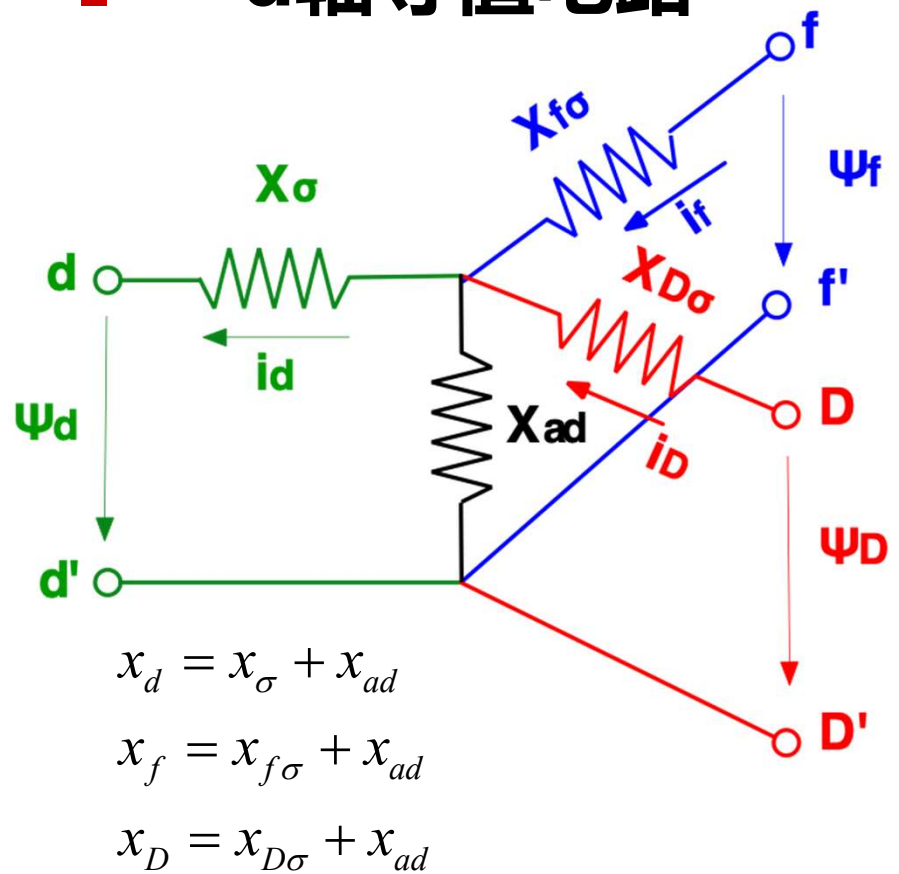
派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

- 将发电机等值成变压器
 - 直轴上，励磁绕组 f 、直轴等值阻尼绕组 D 和定子等值直轴绕组 d 组成三绕组变压器
 - 交轴上，交轴等值阻尼绕组 Q 和定子交轴等值绕组 q 组成双绕组变压器，从而简化了模型并便于求解。
- 仿照变压器的等值电路
 - d 轴——三绕组变压器
 - q 轴——双绕组变压器

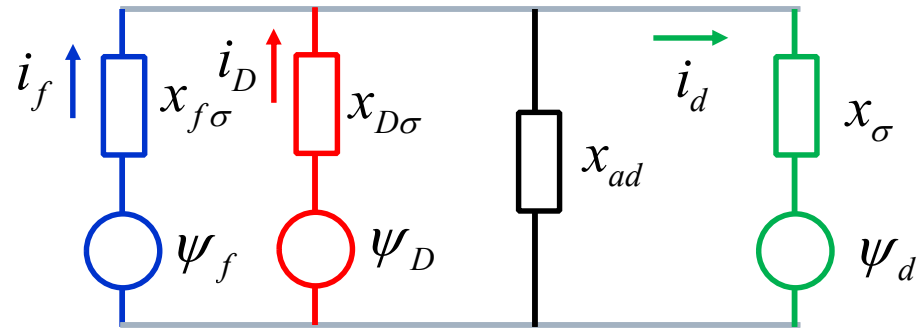
派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

■ 磁链和电流的关系

■ d轴等值电路



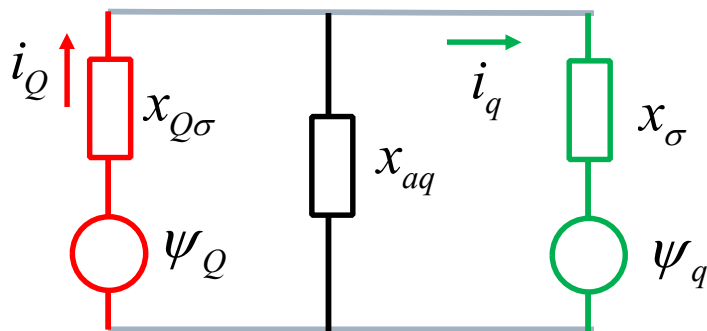
$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & 0 & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & x_q & 0 & 0 & 0 & x_{aq} \\ 0 & 0 & x_0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & x_f & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & x_{ad} & x_D & 0 \\ 0 & x_{aq} & 0 & 0 & 0 & x_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$



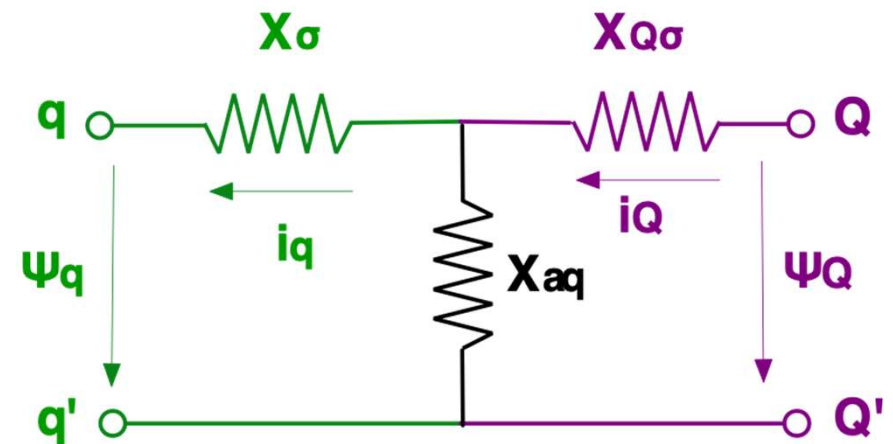
派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

■ 磁链和电流的关系

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d & 0 & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & x_q & 0 & 0 & 0 & x_{aq} \\ 0 & 0 & x_0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & x_f & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & x_{ad} & x_D & 0 \\ 0 & x_{aq} & 0 & 0 & 0 & x_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$



■ q轴等值电路



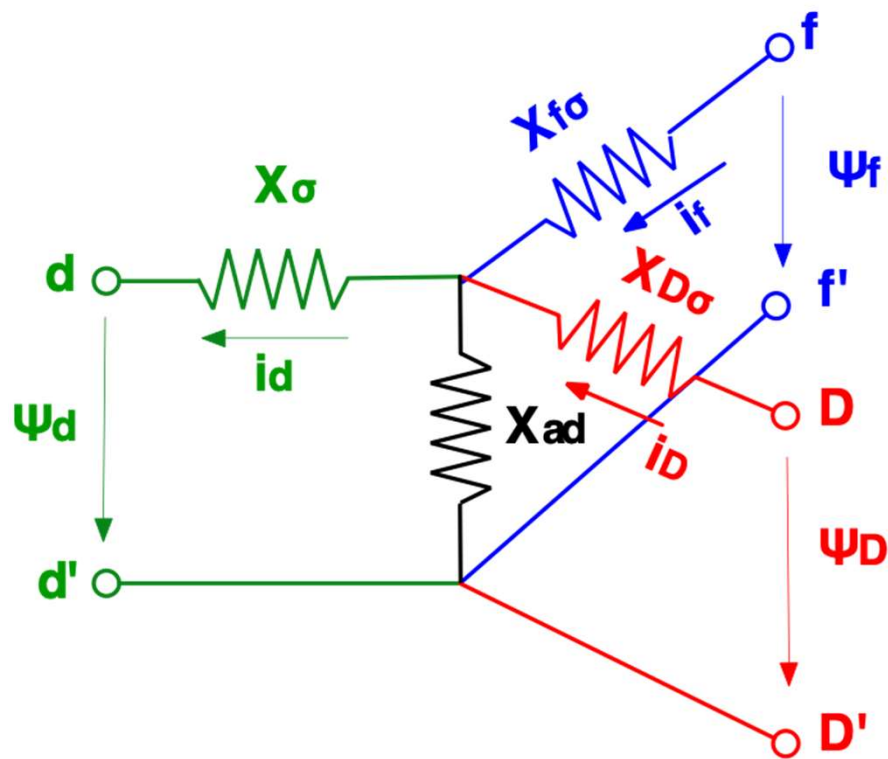
$$x_q = x_\sigma + x_{aq}$$

$$x_Q = x_{Q\sigma} + x_{aq}$$

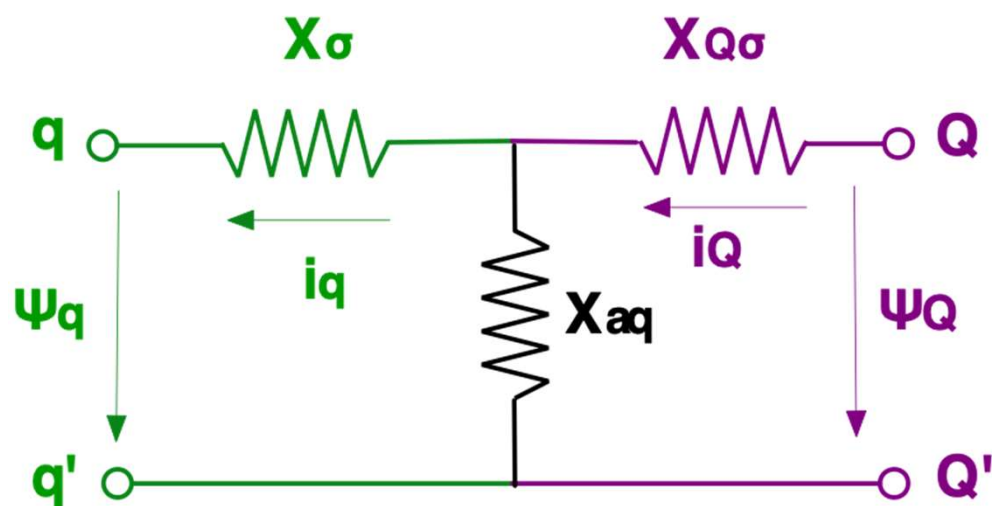
派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

■ 磁链和电流的关系

■ d轴等值电路



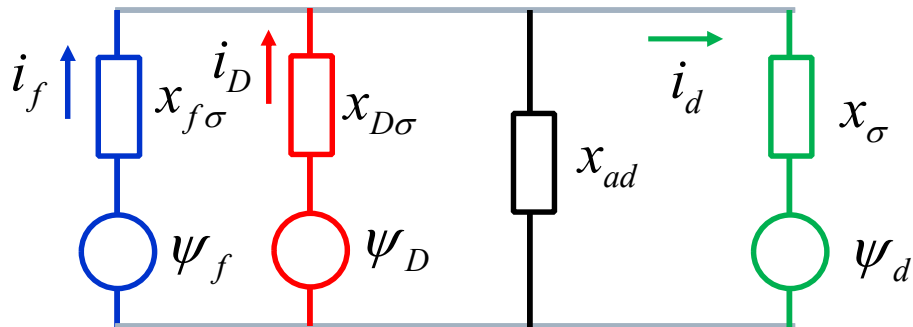
■ q轴等值电路



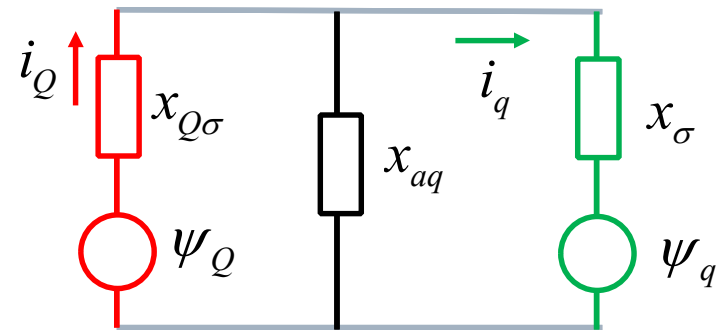
派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

■ 磁链和电流的关系

■ d轴等值电路



■ q轴等值电路



派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

电压方程

$$u_d = -r_a i_d + \dot{\psi}_d - \omega \psi_q$$

$$u_q = -r_a i_q + \dot{\psi}_q + \omega \psi_d$$

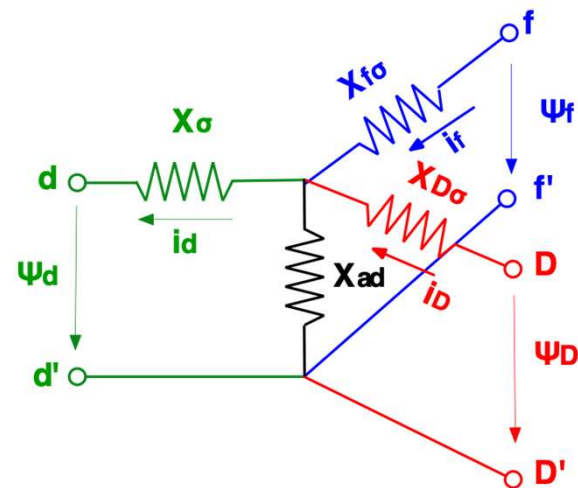
假设：

- 1、忽略定子回路的电磁暂态过程；
- 2、电磁暂态过程中，转速维持同步速；
- 3、忽略定子电阻。

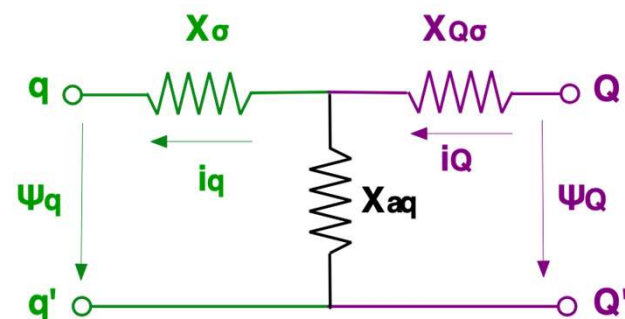
$$u_d = -\psi_q \quad u_q = \psi_d$$

将磁链和电流的关系带入电压与磁链的关系即可得到发电机在稳态、暂态和次暂态情况下的戴维南等值电路及其参数。

d轴磁链和电流的关系

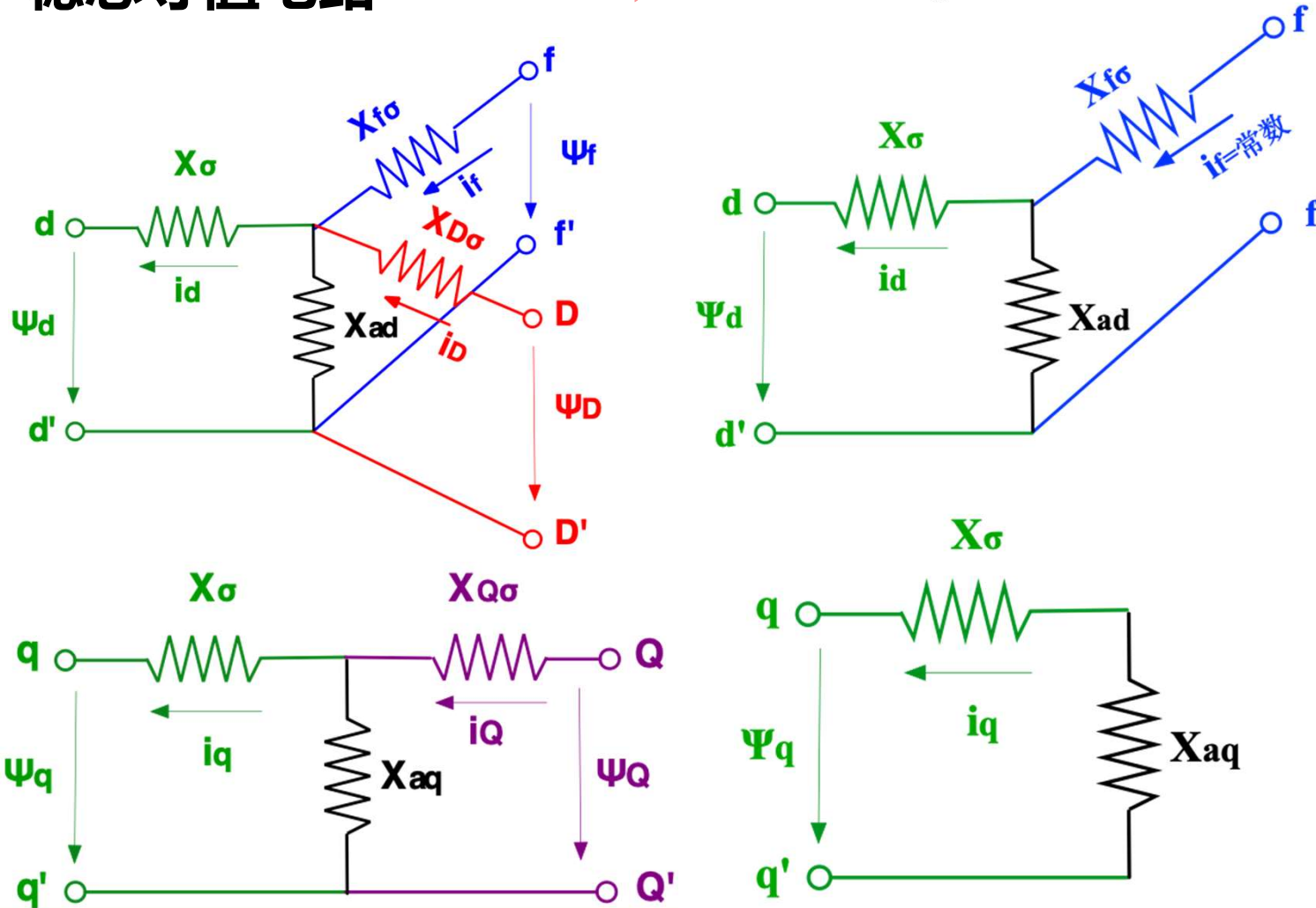


q轴磁链和电流的关系



派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

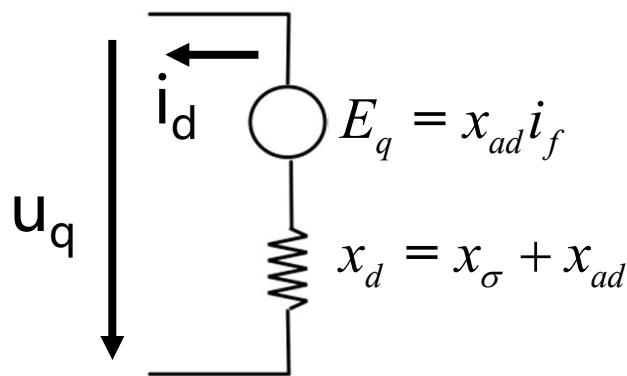
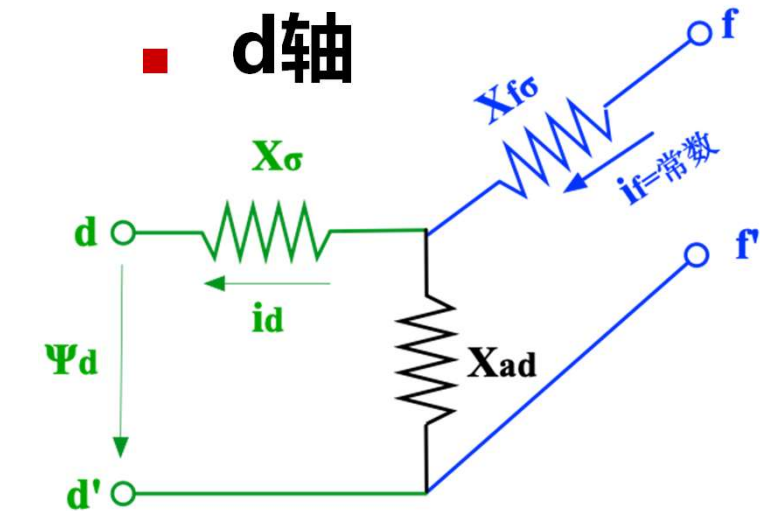
- 稳态等值电路 \longrightarrow $i_D=0, i_Q=0, i_f=\text{常数}$



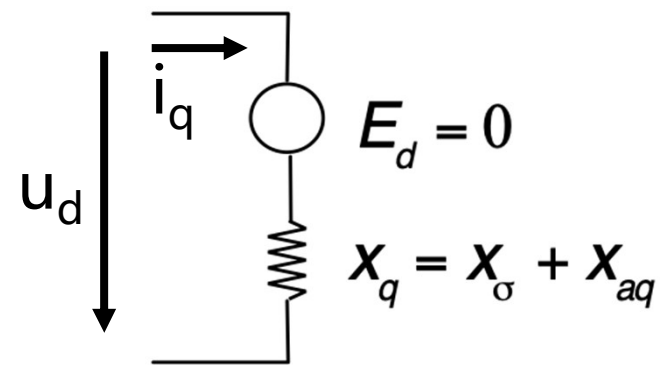
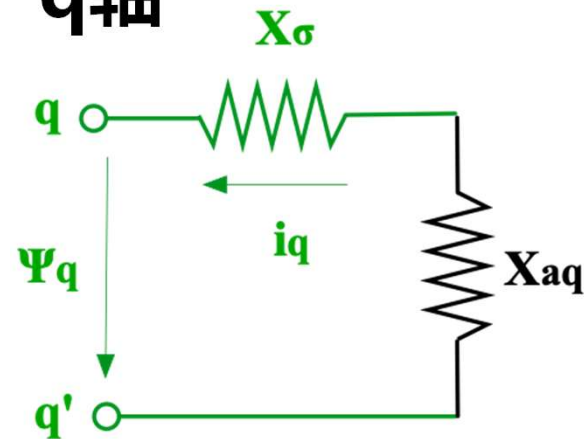
派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

- 稳态等值电路 \longrightarrow $i_D=0, i_Q=0, i_f=\text{常数}$

■ d轴

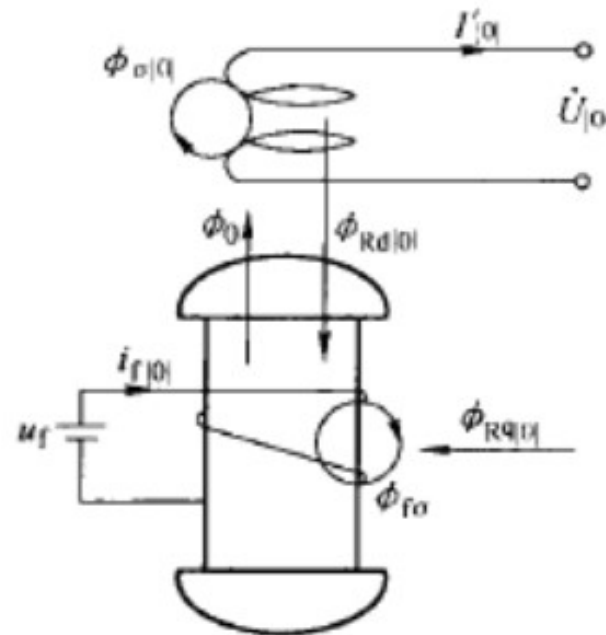
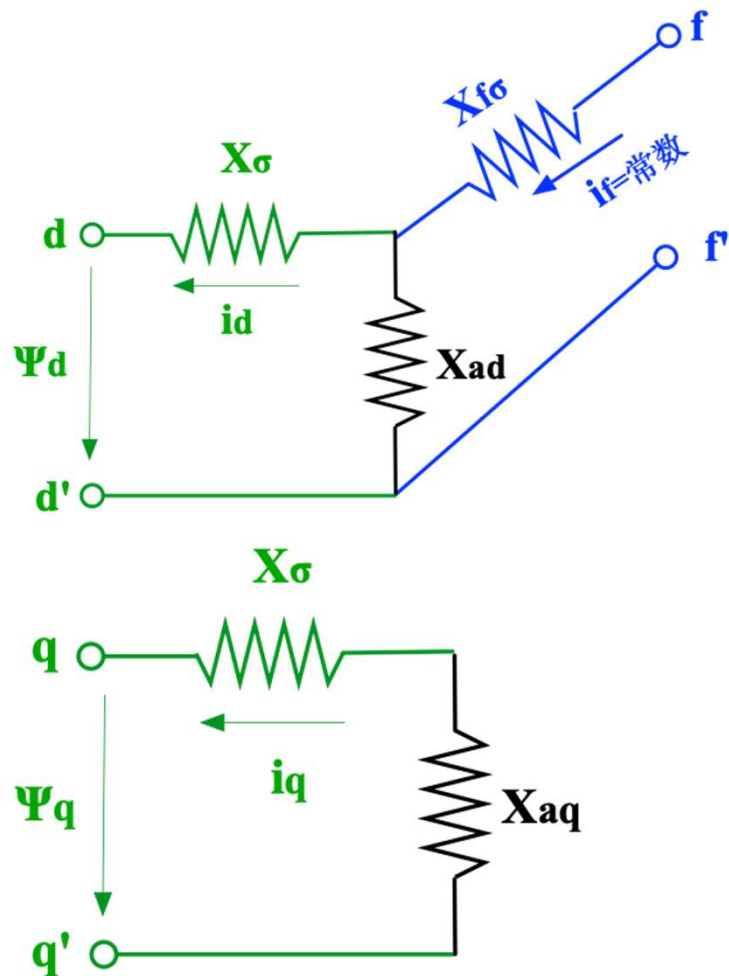


■ q轴



派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

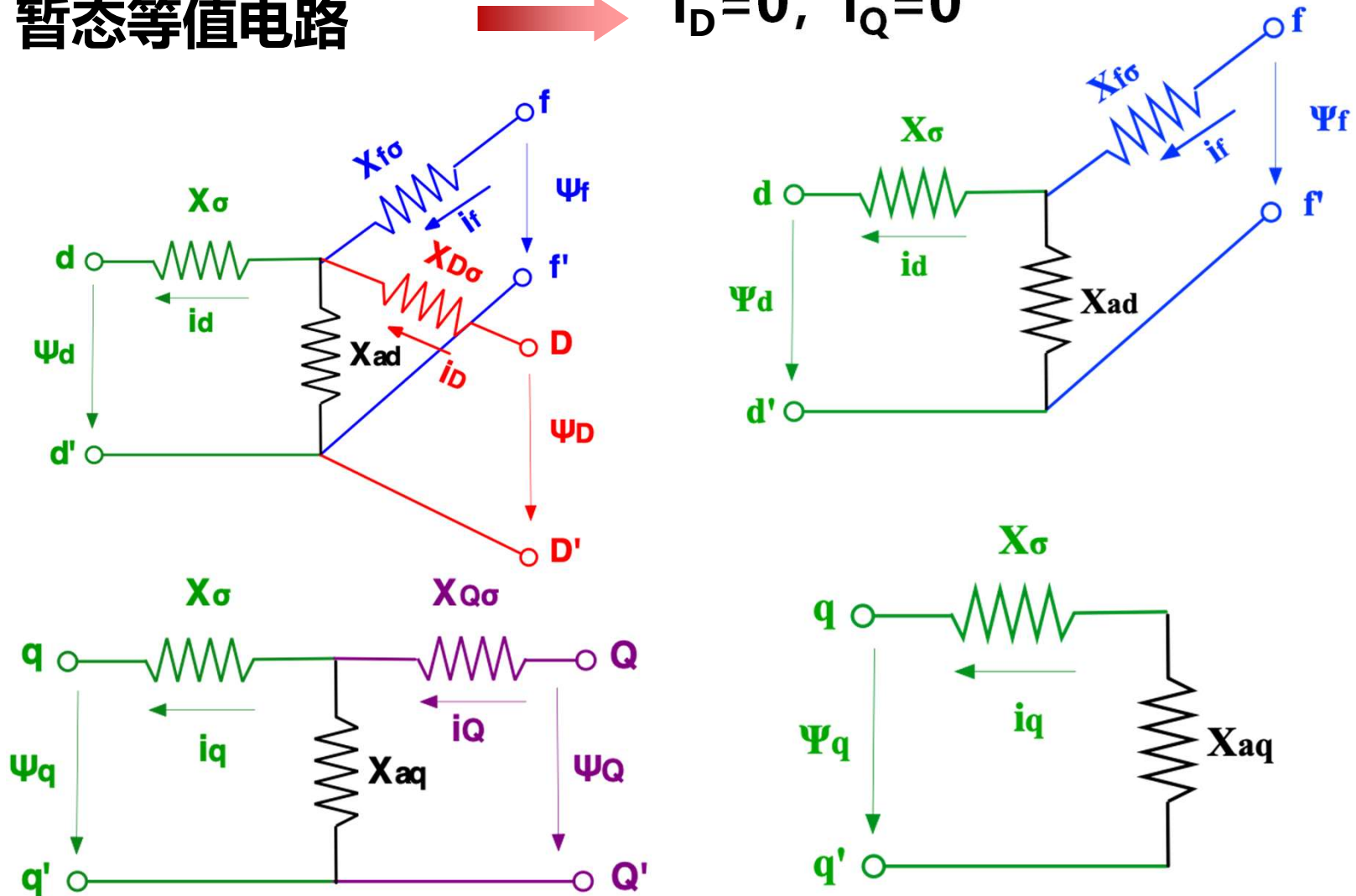
- 稳态等值电路 \longrightarrow $i_D=0, i_Q=0, i_f=\text{常数}$



a) P10 图1-8

派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

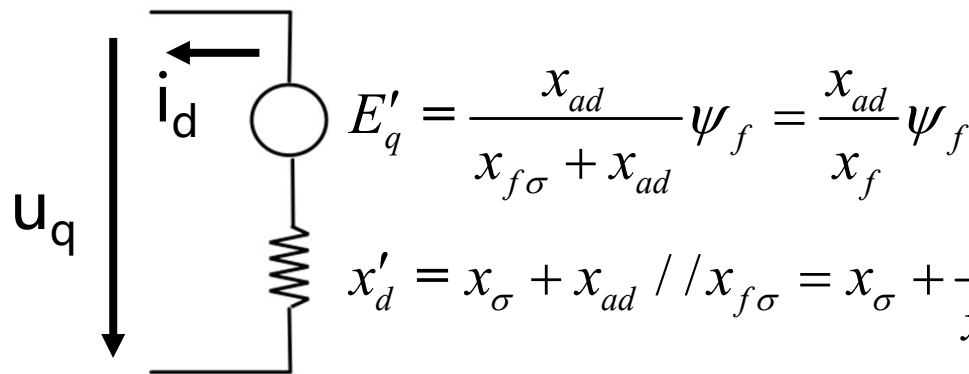
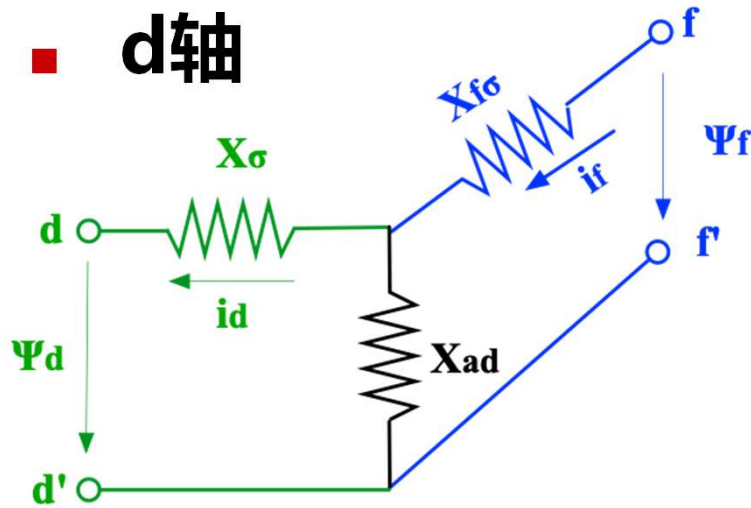
- 暂态等值电路 $\longrightarrow i_D=0, i_Q=0$



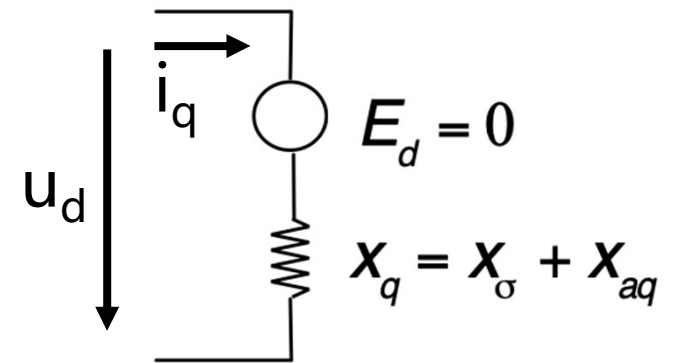
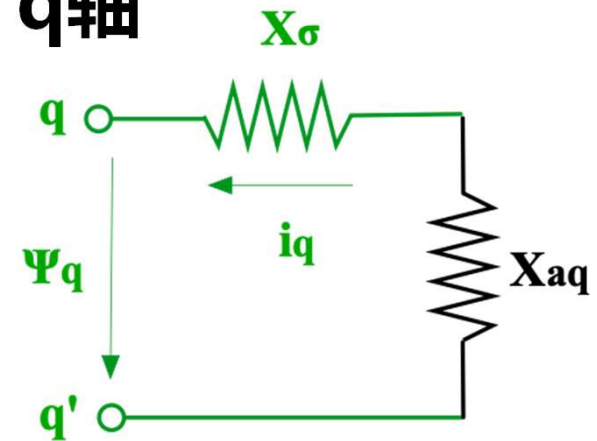
派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

- 暂态等值电路 $\longrightarrow i_D=0, i_Q=0$

■ d轴



■ q轴



派克变换的应用实例之二——发电机等值电路

- 暂态等值电路 $\longrightarrow i_D=0, i_Q=0$

