

华北电力大学

学术硕士学位论文

基于哈密顿理论的大规模风电经 LCC-HVDC
送出系统次/超同步振荡抑制方法研究

**Research on Sub-synchronous and Super-
synchronous Oscillation Suppression Methods for
Large-scale Wind Power Transmission via LCC-
HVDC Based on Hamiltonian Theory**

皇甫俊凡

2025 年 5 月

国内图书分类号: TM721.1
国际图书分类号: 621.3

学校代码: 10054
密 级: 公开

学术硕士学位论文

基于哈密顿理论的大规模风电经 LCC-HVDC 送出系统次/超同步振荡抑制方法研究

硕 士 研 究 生: 皇甫俊凡

导 师: 刘崇茹

申 请 学 位: 工学硕士

学 科 专 业: 电气工程

所 在 学 院: 电气与电子工程学院

答 辩 日 期: 2025 年 5 月

授予学位单位: 华北电力大学

Classified Index: TM721.1

U.D.C:621.3

Thesis for the Academic Master's Degree

Research on Sub-synchronous and Super-synchronous Oscillation Suppression Methods for Large-scale Wind Power Transmission via LCC-HVDC Based on Hamiltonian Theory

Candidate:	Huangfu Junfan
Supervisor:	Prof.Liu Chongru
Academic Degree Applied for:	Master of Engineering
Speciality:	Electrical Engineering
School:	School of Electrical and Electronic Engineering
Date of Defence:	May, 2025
Degree-Conferring-Institution:	North China Electric Power University

摘 要

随着新能源渗透率的持续提升,大规模风电经 LCC-HVDC 输电系统外送引发的次同步振荡问题频发,已成为威胁电网安全的重要隐患。为了实现次同步振荡抑制与系统稳定性提升的双重目标,本文从能量动态特性角度切入,融合哈密顿系统理论与无源控制理论,提出适用于高压直流输电系统的改进 IDA-PBC 控制策略。论文主要内容如下:

首先,介绍了哈密顿系统的基础理论,给出了端口受控哈密顿系统(PCHD)的一般形式。阐述了互联与阻尼配置控制(IDA-PBC)的设计方法。IDA-PBC 控制通过调节系统的能量函数和阻尼特性,能够有效改善系统的动态性能。为后续电力系统的非线性动态分析奠定理论基础。

其次,针对新能源场站与 LCC-HVDC 系统交互场景下的振荡物理机理不清问题,提出次同步模态能量解耦技术,突破传统线性化模型的动态表征局限。首先,在端口受控哈密顿框架下实现 LCC-HVDC 系统与双馈风机的建模,并将其变换为能量守恒形式;其次,基于模态能量法实现次同步模态能量与基频能量的解耦,表征次同步能量在系统惯性-阻尼参数空间的分布规律,从能量维度揭示了电力电子装备次同步振荡的激发机理,为高比例新能源电网的稳定控制奠定了理论基础。

最后,针对传统 PI 控制在强非线性工况下的适应性不足,设计了基于哈密顿能量整形的改进型 IDA-PBC 控制器。通过配置惯性矩阵与阻尼矩阵的双自由度调节机制,实现系统全局能量流形的动态重构,并融合次同步阻尼控制器(SSDC)的相位补偿技术,提出“频域-能量”协同的复合控制策略。证明 IDA-PBC 与 SSDC 的互补性:前者通过无源性约束保证大扰动下全局稳定性,后者基于模态能量追踪实现次同步振荡的主动抑制。

关键词: 高压直流输电系统; 哈密顿原理; 互联与阻尼配置无源控制; 直流附加阻尼控制

Abstract

With the continuous increase of new energy penetration, the sub-synchronous oscillation caused by large-scale wind power transmission through LCC-HVDC transmission system has become an important hidden danger threatening the safety of power grid. In order to achieve the dual goals of subsynchronous oscillation suppression and system stability improvement, this paper proposes an improved IDA-PBC control strategy for HVDC transmission system from the perspective of energy dynamic characteristics, combining Hamiltonian system theory and passive control theory. The main contents of this paper are as follows :

Firstly, the basic theory of Hamiltonian system is introduced, and the general form of port-controlled Hamiltonian system (PCHD) is given. The design method of interconnection and damping configuration control (IDA-PBC) is described. IDA-PBC control can effectively improve the dynamic performance of the system by adjusting the energy function and damping characteristics of the system. It lays a theoretical foundation for the subsequent nonlinear dynamic analysis of power system.

Secondly, aiming at the unclear physical mechanism of oscillation in the interaction scenario between new energy station and LCC-HVDC system, a sub-synchronous modal energy decoupling technology is proposed to break through the dynamic characterization limitations of traditional linearization model. Firstly, the modeling of LCC-HVDC system and doubly-fed wind turbine is realized under the port-controlled Hamiltonian framework, and it is transformed into the form of energy conservation. Secondly, based on the modal energy method, the decoupling of sub-synchronous modal energy and fundamental frequency energy is realized, and the distribution law of sub-synchronous energy in the system inertia-damping parameter space is characterized. The excitation mechanism of sub-synchronous oscillation of power electronic equipment is revealed from the energy dimension, which lays a theoretical foundation for the stability control of high-proportion new energy power grid.

Finally, aiming at the lack of adaptability of traditional PI control under strong nonlinear conditions, an improved IDA-PBC controller based on Hamiltonian energy shaping is designed. By configuring the two-degree-of-freedom adjustment mechanism of the inertia matrix and the damping matrix, the dynamic reconstruction of the global energy manifold of the system is realized, and the phase compensation technology of the subsynchronous damping controller (SSDC) is integrated to propose a ' frequency domain-energy ' cooperative composite control strategy. The complementarity between IDA-PBC and SSDC is proved : the former guarantees

global stability under large disturbances through passivity constraints, and the latter realizes active suppression of subsynchronous oscillation based on modal energy tracking.

Keywords: LCC-HVDC, Hamilton, IDA-PBC, DC Supplementary Damping Control

目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 课题背景及研究的目的和意义	1
1.2 国内外研究现状.....	3
1.2.1 风电经直流外送系统的次同步振荡分析	3
1.2.2 哈密顿理论的发展历史和研究现状	5
1.3 本文主要工作.....	6
第 2 章 哈密顿系统基本理论及控制方法	8
2.1 引言.....	8
2.2 哈密顿系统基本理论.....	8
2.2.1 无源性的基本概念.....	8
2.2.2 无源性与时能量成形.....	10
2.2.3 系统的耗散性.....	10
2.3 Dirac 结构与端口哈密顿系统.....	11
2.3.1 Dirac 结构.....	11
2.3.2 端口受控哈密顿(PCH)系统	13
2.3.3 端口受控耗散哈密顿(PCHD)系统	14
2.4 PCHD 系统的控制方法.....	16
2.4.1 PCHD 系统的能量平衡特性	16
2.4.2 PCHD 系统的能量成形原理	16
2.4.3 通过互联控制进行能量成形控制.....	17
2.4.4 互联和阻尼配置.....	18
2.5 本章小结.....	19
第 3 章 模态能量视角下送出系统振荡分析	20
3.1 引言.....	20
3.2 次同步模态能量构建与分析	20
3.3 高压直流输电系统哈密顿模型建立	21
3.3.1 高压直流系统原始数学模型.....	23
3.3.2 高压直流输电系统的 PCH 模型.....	27
3.4 双馈风机哈密顿模型建立	29
3.4.1 双馈风机原始数学模型.....	29
3.4.2 双馈风机的 PCH 模型.....	30
3.5 次同步模态能量分析.....	32
3.5.1 LCC-HVDC 模态能量分析	32
3.5.2 DFIG 次同步模态能量分析	33

3.5.3 算例分析35

3.6 本章小结40

第 4 章 LCC-HVDC 能量整形与阻尼协同控制41

4.1 引言41

4.2 LCC-HVDC 端口受控耗散系统模型建立41

4.3 IDA-PBC 控制器设计42

4.3.1 控制器设计42

4.3.2 算例分析44

4.4 能量整形与阻尼补偿的复合控制策略47

4.4.1 控制器设计47

4.4.2 算例分析49

4.5 本章小结51

第 5 章 结论与展望52

5.1 全文总结52

5.2 研究展望52

参考文献54

第 1 章 绪 论

1.1 课题背景及研究的目的和意义

基于我国新能源发展战略的实证研究数据显示，截至 2024 年底，全国风电年新增装机规模达 79GW，总装机容量已攀升至 520GW，继续领跑全球可再生能源装机增速^[1]。在"碳达峰、碳中和"战略框架下，风电产业呈现年均复合增长率超 12%的高速发展态势，其建设规模与并网速度均达到国家能源规划预期指标^[2]。值得关注的是，风能资源地理分布与负荷中心呈现显著空间异质性——三北地区（西北、华北、东北）集中了全国 68%的可开发风能储量，而华东、华中地区承载了全国 62%的电力消费需求，这种能源-负荷逆向分布特征形成了平均输电距离超过 1500 公里的典型应用场景。在此技术背景下，直流输电相较于交流输电具有显著优势。因此，我国的大规模风电基地普遍通过直流输电技术将电能输送至负荷中心^[3]。



图 1-1 直流输电工程分布

在电力系统跨区输电技术领域，基于电网换相换流器(Line Commutated Converter , LCC)的经典直流输电架构因其简单的拓扑结构和出色的运行稳定性等特点^[4,5]，在能源地理再分配工程中占据重要地位^[6,7]。然而，受限于半控型晶闸管器件的物理特性，LCC-HVDC 系统存在严格的电磁耦合约束条件。其换相过程必须依赖交流系统提供支撑电压，当系统遭遇故障导致电压波动时，故障发生率将呈指数级上升^[8]。此类事件可使受端系统承受严重的功率冲击，威胁电网安全稳定运行。

在建设新型电力系统的过程中，风电渗透率超过 60%的区域电网正面临严

峻的暂态支撑难题。当风电集群通过 LCC-HVDC 输电通道近区网络实现功率外送时, 系统等效短路比(ESCR)将降至 1.5 以下, 形成具有显著小干扰稳定风险的弱网架构^[9]。此工况下, 风电场的随机功率振荡特性与 LCC-HVDC 换流站的强非线性动态产生复杂交互作用, 风电机组上产生的扰动在某些模态上会被放大, 对送端换流母线电压产生干扰, 影响 LCC-HVDC 送端换流器正常运行, 危害电力系统的安全与稳定性。2009 年德克萨斯州风电集群经 72%串联补偿度线路并网时, 观测到特征频率 19.8Hz 的次同步谐振事件, 其动态过程符合 IEEE 第一类扭振相互作用模型特征^[11]。更为复杂的是, 我国沽源风电基地自 2012 年并网后持续出现 3.2-11.7Hz 宽频带机电耦合振荡, 经 FFT 分析显示其主导模态与双馈机组转子侧变流器锁相环动态特性高度相关^[12]。特别值得关注的是 2015 年新疆哈密地区直驱型风电集群发生的多频段振荡事件: 15-35Hz 频段呈现负阻尼振荡特性; 55-85Hz 高频分量引发汽轮发电机组轴系扭振保护动作, 造成 6 台 600MW 机组连锁脱网^[13]。这种多频耦合现象在北美电网同样具有普遍性, 如明尼苏达州 Buffalo Ridge 风电场的 9.3-12.8Hz 次同步分量与邻近燃机电站的轴系扭振模态形成拍频效应, 最终导致系统阻尼比下降至临界值^[14]。在云南到广东直流输电工程中发现 STATCOM 与弱交直流电网之间的次超同步相互作用现象^[15]; 2020 年, 牛从直流工程因融冰工作导致送端系统薄弱, 直流侧出现 50Hz 振荡现象, 最终导致一极闭锁^[16]; 2020 年, 兴安直流发生因线路雷击引发系统 125Hz 谐振, 导致双极闭锁跳闸^[17]。

上述情况表明, 风电并网系统的次同步振荡问题具有复杂性和严重性, 其危害不仅局限于风电场内部, 还可能对整个电力系统造成深远影响。首先, 次同步振荡可能导致大规模风电机组脱网, 不仅会直接造成风电发电量的损失, 还可能引发连锁反应, 加剧系统频率波动, 威胁电网稳定性。其次, 次同步振荡的传播范围可能覆盖整个区域电网, 如果不能及时发现并采取有效的抑制措施, 可能会引发大范围、长距离的电力事故, 造成严重的社会经济损失。这种事故不仅会影响电力系统的安全稳定运行, 还可能对工业生产和居民生活造成重大影响。因此, 次同步振荡问题已成为限制新能源高效利用的主要因素之一, 亟需通过深入研究和技术创新, 开发有效的监测、分析和抑制手段, 以保障电力系统的安全稳定运行, 促进风电等可再生能源的可持续发展。

目前针对风电经 LCC-HVDC 送出的次同步振荡分析, 主要采用状态空间建模法、物理模型等效法等。这些方法可以根据系统当前平衡点状态与状态方程预测振荡在不同工况下的发展和演变趋势。然而, 电力系统振荡是由多类型设备、多时间尺度控制交互引发的复杂系统问题。振荡场景下的精确参数难以获取, 复杂系统的平衡点的难以选取都导致了难以有效分析幅-频时变的宽频振荡。能量分析方法^[18]作为一种结合机理模型与端口量测的在线建模分析方法,

通过监测关键设备端口下各振荡模态对应的状态信息，并结合机理模型追踪能量的动态变化过程，理论上可实现对系统的次同步振荡动态能量的量化评估。因此，亟需研究基于机理模型和振荡过程中状态信息的振荡实时量化分析方法及控制策略。

为了解决送出系统的次同步振荡问题，本文首先通过广义哈密顿理论构建并分析了送出的次同步模态能量，证明了系统模态能量的特性决定了系统是否会发生振荡。在此基础上，基于能量成形控制理论，利用 IDA-PBC 方法设计反馈控制器，极大的改善了系统动态性能。最后，与直流附加阻尼控制相结合，进一步提升系统在次同步频段的稳定性。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 风电经直流外送系统的次同步振荡分析

针对风电经直流外送系统中的次同步振荡问题，常见的方法有特征值分析法、阻抗分析法、复转矩系数法、开环模式分析法等^[22,23]。

在电力系统小信号稳定性分析领域，特征值分析法作为经典的状态空间建模方法，通过构建全阶雅可比矩阵实现系统动态行为的精确模拟。该方法不仅能解析振荡模态的阻尼特性，还能辨识主导振荡频率的参与因子分布^[24,25]，因而被广泛应用于传统电力系统稳定域计算^[26]及新能源并网次同步振荡机理研究^[27,28]。研究进展表明：文献[29]构建了双馈感应发电机(DFIG)的精细化小信号模型，通过模态参与度量化分析揭示了双馈风电场次同步振荡的电磁-机械耦合机理；文献[30]对弱电网条件下直驱永磁同步机组(PMSG)的功率-振荡耦合效应，建立了包含 20 阶状态变量的动态数学模型，基于模态灵敏度分析确定了网侧变流器电流环为主导参与环节；文献[31]创新性地提出了多机等值建模方法，通过特征值轨迹追踪技术阐明了直驱机组锁相环动态与弱网阻抗特性的交互作用机制；文献[32]则通过参数灵敏度优化算法将风电场直流外送系统的稳定裕度提升。然而，该方法在工程应用中存在两大技术瓶颈：其一，风电直流外送系统的高维状态空间矩阵导致计算复杂度呈指数级增长，引发维度灾难问题^[33]；其二，传统特征值分析基于线性化假设，无法表征功率半导体开关动态引发的非线性振荡机理，导致机理阐释缺失^[34]。

在电力电子化电力系统稳定性分析领域，频域阻抗建模方法作为新型分析范式，发展历程与电力电子装备渗透率呈现显著正相关性^[35]。该方法通过构建等效诺顿/戴维南电路模型，实现新能源场站与电网交互特性的量化表征，其核心在于将系统解耦为源-网双端口网络^[36]，通过奈奎斯特判据评估稳定裕度^[37]。然而，该方法在不同控制架构下的适用性存在显著差异：早期三相静止坐标系

模型虽能表征对称工况下的阻抗特性，但无法兼容矢量控制策略^[38,39]；旋转坐标系模型虽能完整反映控制环路动态，却导致阻抗物理意义模糊化^[40-42]。近年研究在模型精细化方面取得突破：文献[43]提出的改进型 LCC 换流站阻抗模型，通过引入换相失败动态修正项，提升了交流侧阻抗建模精度；文献[44]构建的直驱风电-LCC-HVDC 耦合系统频域模型，通过阻抗轨迹交叉分析，揭示了次同步振荡与网侧变流器电流环 PI 参数的强相关性；文献[45]研发的多谐波线性化建模工具包，在直驱机组实证中实现阻抗特性的准确重构；文献[46]通过阻抗灵敏度分析证实，双馈机组转子侧变流器外环积分时间常数对次同步分量的参与度极高。但该方法的工程适用性仍面临双重挑战：首先，风电集群与 LCC-HVDC 的强电磁耦合导致系统呈现多谐振峰特性，传统单输入单输出模型误差较大；其次，大规模风场等效为集中式阻抗模型时，空间分布效应引发的建模偏差较大。

基于复转矩系数的频域分析方法构建了多物理场耦合系统的统一分析框架。该方法通过建立等效电气转矩系数和机械转矩系数的频域传递函数，实现了机电能量交互过程的量化表征^[48]。其核心优势在于：采用机械旋转坐标系下的功角动态方程，具备显著物理解释力；通过频域灵敏度分析可直观揭示控制系统参数对稳定裕度的影响规律^[49]。文献[50,51]建立了直驱与双馈风机的多时间尺度动力学模型，通过引入直流电压动态方程，成功表征了换流器在机电暂态过程中的等效惯性特性；文献[52]提出的改进型方法融合了频域灵敏度矩阵和稳态潮流修正因子，将电网强度变化引起的建模误差显著降低；文献[53]推导的电磁转矩-转速传递函数表明，当风速波动超过较大时，系统电气阻尼系数会下降至临界值；文献[54]构建的 LCC-HVDC 机电耦合模型揭示，电网短路比每降低时，次同步振荡能量将增加；文献[55]的仿真研究表明，当直驱机组锁相环带宽与电流环带宽频差小于 10% 时，系统稳定裕度下降，这为控制参数优化提供了量化依据。但该方法存在理论局限性，其稳定性判据在强非线性工况下的误差较大，主要源于三方面缺陷：未考虑功率半导体器件开关频率引发的谐波转矩分量；忽略机电耦合过程中的时变惯性特性；多馈入系统间的转矩交互作用系数未被准确建模。

基于开环模式解析的改进型方法，通过解耦闭环系统的交互路径，实现了计算效率的显著提升。该方法采用多输入多输出频域辨识技术，将系统解耦为 N 个子模块，通过开环传递函数矩阵的奇异值分解预测闭环稳定性，相较于传统特征值分析法降低了计算负荷^[56,57]。文献[58-60]提出的模式谐振量化评估框架，通过引入模态耦合系数指标，揭示当双馈机组转子侧变流器控制模态与 LCC 换相电压动态模态的频差小于 5% 时，系统失稳风险骤增；文献[61]构建的变速风机-PLL-HVDC 交互模型表明，锁相环带宽与直流电压控制环带宽的频

域交叠区域会引发相位裕度衰减。其存在两大理论缺陷：模式估计值的频率分辨率受限于窗函数，导致幅值计算误差；无法表征功率器件开关动态引发的谐波模态耦合效应。

经典方法在宽频振荡量化分析中存在以下共性问题：计算复杂度高，难以适用于大规模、高维度的电力系统；线性化或简化模型无法准确描述系统的非线性动态特性，物理意义不明确，分析结果难以直观解释振荡的物理机理；适用范围有限，不同方法对特定类型设备或系统的适用性较差。因此，亟需从能量角度出发，研究基于机理模型的振荡分析方法及控制策略。

1.2.2 哈密顿理论的发展历史和研究现状

在物理科学、生命科学以及计算机领域之中，哈密顿系统受到了很广泛的使用，横跨了从经典力学到天体运算，再到生物工程等多个方面。这些复杂系统常常以哈密顿模型的形式加以表达。最早的哈密顿系统可起源于经典物理中的一种保守性非线性系统，而这种经典模型主要描述了一类具有能量不变性特点的保守系统。在非线性系统科研当中，是一个非常重要的研究方向。然而，由于实际的物理系统大多数都有内部能耗和与外部进行能量交换的情况，所以用传统的哈密顿系统来描述这些系统是不合适的。

在非线性系统能量建模理论的发展历程中，Hamiltonian 体系经历了从保守系统向耗散系统的重大理论突破。Pauli^[62]和 Martin^[63]通过重构经典泊松括号运算，创新性地构建了广义 Hamiltonian 系统理论框架^[66-68]。该框架的核心在于：引入耗散端口能量流；定义控制输入通道的能量交互关系；建立端口受控耗散系统微分代数方程。广义 Hamilton 系统可以被看作是一种包含内部能耗与生成机制，同时也涉及外部能量交换的开放型系统。这类系统实际上对于描述实际的非线性情况可能更为适合，相较于传统的微分方程结构，广义 Hamilton 系统凭借其在理论上所表现出的简洁有序，可以有效地呈现出系统内各个参数之间相互联系^[69,70]，因此最具意义。正因如此，以 Hamilton 能量函数为基础的广义 Hamilton 控制方法，不但考虑了非线性系统本身固有的物理性质，也使得控制器的设计变得清晰明白^[71-73]。而且，它可用作非线性系统中的 Lyapunov 函数进行稳定性的分析，这样就绕开了通常对非线性控制系统在构造 Lyapunov 函数时遇到困扰和难题^[74]。

在非线性系统能量控制理论领域，基于端口受控耗散哈密顿（PCHD）框架的控制策略发展取得了系列突破性进展。Ortega 团队提出的互联-阻尼配置无源控制方法，通过重构系统结构矩阵和耗散矩阵，实现了闭环能量函数的渐近稳定配置^[75]。我国学者王玉振团队在此基础上发展了动态阻尼注入技术，通过李

雅普诺夫能量整形策略拓展了系统稳定域,实验数据表明该方法可提升双馈风电机组的次同步振荡阻尼比^[76]。在电机控制领域,张斌等构建了异步电机的四维 PCHD 模型,通过能量整形算法缩短了调速系统动态响应时间,特别在负载突变工况下转矩脉动降低^[77]。针对新能源并网难题,Wang 团队研发的逆变器无源解耦控制方案,采用双闭环能量平衡结构,在 SCR=1.2 的弱网条件下仍能保持并网效率^[78]。特别值得关注的是 Li 团队在移动式电能传输系统的创新应用:通过实时辨识耦合系数和负载阻抗,构建了时变参数自适应的 IDA-PBC 控制器,成功抑制了随机负载波动引发的总谐波失真。

1.3 本文主要工作

本文围绕大规模风电并网高压直流输电系统的次同步振荡(SSO)抑制与稳定性提升问题,从能量动态特性分析、控制策略设计、仿真验证三个层面展开系统性研究,具体工作如下:

第 1 章简述了国内外风电经直流外送系统的次同步振荡问题与分析方法及本文用到的 PCH 方法的发展现状。

第 2 章介绍了哈密顿系统的基础理论,给出了端口受控哈密顿系统的一般形式,并基于能量成形方法详细阐述了互联与阻尼配置控制(IDA-PBC)的设计方法。该部分为后续研究提供了理论基础和控制框架。

第 3 章从哈密顿理论出发,基于适用于次同步振荡分析的模态能量法,对系统模态能量进行分析。从送出系统的数学模型出发,构建送出系统的端口受控哈密顿模型,揭示了次同步振荡过程中系统能量的动态演化规律,并对系统的次同步模态能量特性进行了深入分析。研究结果表明,当次同步能量超过临界阈值时,系统将呈现负阻尼特性,这为后续控制策略的设计提供了重要依据。

第 4 章首先在端口受控哈密顿(PCH)系统框架下,构建具有非线性无源特性的 IDA-PBC 主控制器,通过配置惯性矩阵与阻尼矩阵实现系统能量流形的全局稳定性塑造。为进一步增强次同步振荡抑制性能,设计改进 IDA-PBC 控制,在 IDA-PBC 架构中嵌入 SSDC 模块,通过实时提取直流电流的次同步分量,采用相位补偿,提高系统次同步阻尼。并结合模态能量分析及仿真证明了其有效性。

研究内容的总体框架如图 1-2 所示。

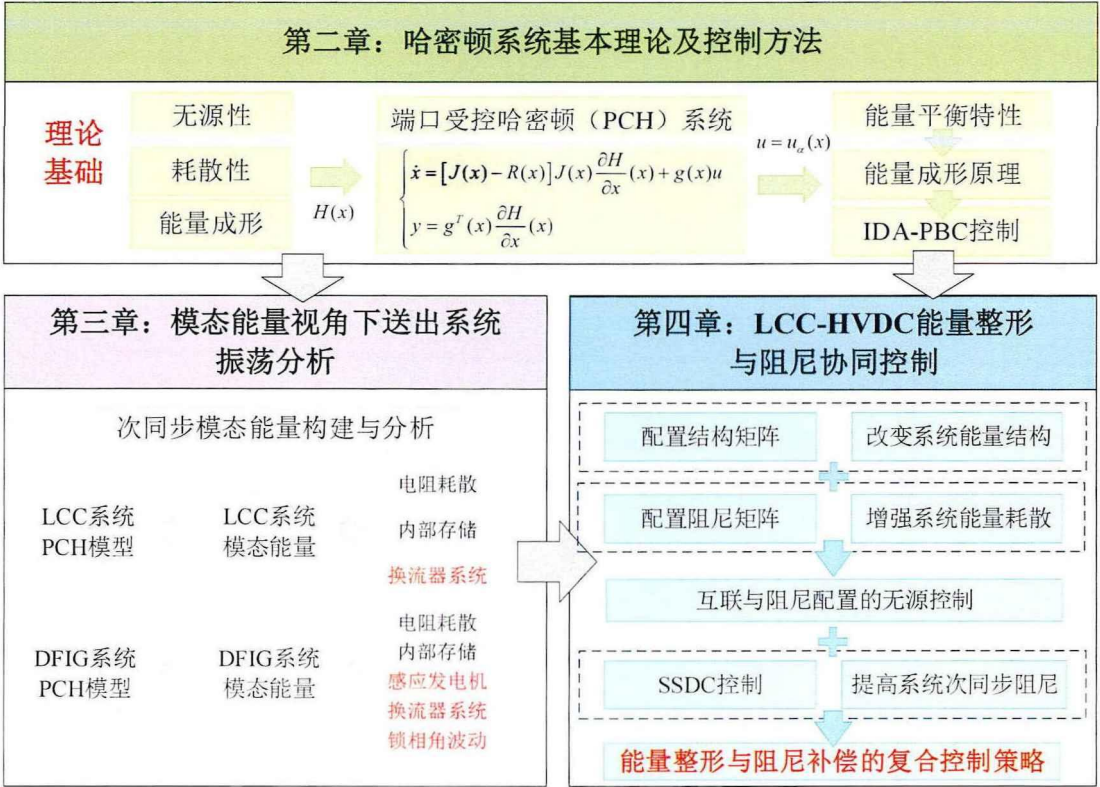


图 1-2 论文研究技术路线图

第 2 章 哈密顿系统基本理论及控制方法

2.1 引言

广义哈密顿系统被视作一种在自然情况下既能与外部环境互动交流能量，还具备能量消耗以及生成功能的更为复杂且普遍开放系统。就物理学上的意义而言，哈密顿系统表征的是一个系统整体的广义能量，也就是说它包括了动能和势能这两部分。当条件比较简单的时候，哈密顿函数实际上可以被等同看作整个系统的 Lyapunov 函数，因此对于分析该系统的稳定状态显然起到了关键重要作用。风电经 LCC-HVDC 送出系统可以看作是端口受控哈密顿系统，本文基于哈密顿理论，进行送出系统模态能量分析并设计了无源控制器，下面介绍一下哈密顿相关的数学知识，并且同时讨论无源性概念及与之有关的哈密顿系统能量整形理论。

2.2 哈密顿系统基本理论

2.2.1 无源性的基本概念

在非线性系统稳定性分析理论中，基于能量平衡的李雅普诺夫稳定性判据为动态系统稳定性评估提供了严谨的数学基础。该理论框架通过构造与系统物理能量同构的正定能量存储函数，建立能量耗散率与外部能量输入的动态平衡关系，进而推导出系统状态收敛的充分必要条件。

对于 p 输入 p 输出的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2-1)$$

其中， $x \in X$ (X 是 R^n 整个空间或空间包含原点的子集) 是系统的状态向量； $u \in R^p$ 代表系统的 p 维输入， $y \in R^p$ 表示系统的 p 维的输出信号； $f(x)$ 和 $h(x)$ 表示为系统的 n 维和 p 维向量函数； $g(x)$ 是 $n \times p$ 维的函数矩阵。并且满足：

$$f(0) = 0, \quad h(0) = 0$$

定义 2.1 对系统(2-1)，如果存在半正定的能量函数 $V(x)$ ($V(0)=0$)，使得不等式

$$V(x(T)) - V(x(0)) \leq \int_0^T u^T(t)y(t)dt, \forall t > 0 \quad (2-2)$$

对任意输入信号 u 均成立，那么证明系统(2-1)是无源的。式(2-2)表明，系

统的能量增长之和总是小于外部注入的能量总和,即系统总是存在着能量损失,此时系统是无源的,此表达式也被称为系统的无源不等式。

定义 2.2 对于非线性系统(2-1)和能量函数 $V(x)$, 假设存在某一正定函数 $Q(x)$, $\forall T > 0$ 使得无源不等式

$$V(x(T)) - V(x(0)) \leq \int_0^T u^T(t)y(t)dt - \int_0^T Q(x)dt, \forall t > 0 \quad (2-3)$$

或

$$\dot{V} \leq u^T y - Q(x)$$

对任意输入信号 u , 输出信号 y 及能量供给率 $u^T y$ 都成立, 那么称该系统是严格无源的。

如果存在正定存储函数 $V(x)$ 使非线性系统(2-1)满足严格无源条件, 则当 $u=0$ 时, 对于式(2-2)有

$$\dot{V} \leq u^T(t)y(t) - Q(x) \leq -Q(x) < 0, \forall x \neq 0 \quad (2-4)$$

成立。即自由系统

$$\dot{x} = f(x)$$

的全局渐进稳定平衡点是 $x=0$ 。

在动态系统理论框架下, 无源性理论本质揭示了系统端口特性与能量传递间的本构关系。其数学表征形式——无源不等式, 严格界定了系统内部能量存储与外部能量交互的边界条件: 任意时刻系统的瞬时功率平衡满足输入输出能量流积分不等式, 即系统内部储能增量始终受限于外部注入能量的时间累积量。这种能量约束关系的物理本质在于, 具有无源特性的动态系统在演化过程中必然存在不可逆的能量耗散机制, 其状态轨迹始终位于由耗散项决定的能量漏斗内部。

定义 2.3 对系统(2-1)而言, 当 $u(t)=0$, $y(t)=0$ 时, 那么必定有 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$, 那么系统是 0 状态可检测的^[79]。

引理 2.1 KYP 引理^[80]: 考虑系统(2-1), 若存在函数 $V(x)$ ($V(0)=0$), 其中, $V(x)$ 是正定可微的且满足

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq 0 \\ \frac{\partial V}{\partial x} g(x) = h^T(x) \end{cases} \quad (2-5)$$

为该系统是无源的充分必要条件。

2.2.2 无源性与能量成形

假定系统通过功率变量 $u \in R^m$ 以及端口 $y \in R^m$ 与系统以外的环境相关联, 其中 $u \times y$ 定义为外界提供给系统的功率。并且该系统满足如下能量平衡方程

$$\underbrace{H[x(t)] - H[x(0)]}_{\text{存储的能量}} = \underbrace{\int_0^t u^T(s)y(s)ds}_{\text{供给的能量}} - \underbrace{d(x(t),t)}_{\text{耗散的能量}} \quad (2-6)$$

其中 $x \in R^n$ 代表了系统的状态向量, $H(x)$ 代表了系统的能量函数, $d(x(t), t)$ 代表系统的能量耗散。

如果一个系统能够符合式(2-6)的能量平衡方程并且系统的能量函数存在下限, 即 $H(x) \geq c$, 则该系统是无源的。假设此时 $u=0$, 则根据式(2-6)可以得出 $H[x(t)] \leq H[x(0)]$, 因此无源系统最后将运动到系统能量最小的点上; 因此只有对系统注入能量, 才能够保证系统运行于非零平衡点 x_0 。

2.2.3 系统的耗散性

在非线性系统无源性理论框架下, 能量函数的物理可解释性需要满足两个基本公设: 其一, 系统存储函数 $V(x)$ 必须构成真实物理能量的同构映射, 即该函数在时刻 t 的取值严格等价于系统机械能、电磁能等物理能量的代数总和; 其二, 端口功率乘积项 $u^T y$ 需精确表征外部能量交互的瞬时功率流密度。

将 $s(u, y)$ 看作单位时间内由输入 $u(t)$ 从外部提供给系统的能量, 则不等式

$$V(x(T)) - V(x(0)) \leq \int_0^T s(u^T(t)y(t))dt \quad (2-7)$$

称为耗散不等式。式(2-7)反映了系统存储的总能量的增加量总是小于或等于外界注入系统的能量。

在非线性系统耗散性理论框架中, 动态系统耗散性判定需满足三重条件:

1) 存在半正定存储函数 $V(x)$ ($V(0)=0$) 是半正定的能量存储函数; 2) 外部供给率函数 $w(u, y) \in R$ 量化端口功率流; 3) 全局满足积分耗散不等式(2-7)。特别地, 当选取供给率 $w(u, y)=u^T y$ 时, 耗散性退化为无源性, 此即揭示无源性实为耗散性在特定供给率选择下的特例。

式(2-7)也可以表示为微分形式

$$\dot{V}(x(t)) \leq s(u(t), y(t)) \quad (2-8)$$

2.3 Dirac 结构与端口哈密顿系统

2.3.1 Dirac 结构

Dirac 结构源于泊松结构的理论拓展^[87]，在微分几何框架下刻画系统内的能量守恒特性。该数学工具通过定义于辛流形空间，可精确描述子系统间的能量交互拓扑^[88]。结合适配的 Hamiltonian 泛函，此架构可系统化构建端口 Hamilton 系统模型，形成完整的能量描述体系。Dirac 结构与端口 Hamilton 系统的理论耦合实现了双重突破：其一，建立了能量演化的几何化微分描述范式；其二，规范了多物理域耦合系统的结构化建模方法。这种协同建模机制不仅为能量守恒定律提供了严格的数学注脚，更重要的是构建了后文能量结构理论的公理化基础。

设 T 为一个定义在数域上的有限维向量空间，其对偶空间^[89](T 上线性函数的空间)表示为 T^* ，则定义了对偶积形式：

$$P = \langle e | f \rangle, f \in T, e \in T^* \quad (2-9)$$

将乘积流形 $T \times T^*$ 定义为能量交换配置空间，其拓扑结构包含两个互补子空间： T 表征动态系统的流通量维度， T^* 对应作用力的数学表征。在此框架下，规范对偶配对 $\langle e | f \rangle$ 构成能量传输的泛函映射，其物理本质等同于系统瞬时功率的数学抽象。以电路系统为例，切空间元素可建模为电荷传输率(电流 $i \in T$)，余切空间元素则表征电势差(电压 $v \in T^*$)，其收缩运算对应焦耳定律的功率计算范式。该数学架构具有普适性理论价值：在机械动力学领域，广义速度与作用力实现机械功的量化描述；在热力学系统中，熵流率与温度梯度同样可纳入此对偶空间进行统一建模。这种基于微分几何的规范性描述，不仅建立了多物理域能量交换的统一数学语言，更重要的是为复杂系统的能量成型控制提供了严格的几何变分原理基础。

若功率对偶空间 $T \times T$ 上定义了双线性映射：

$$\langle (f^a, e^a), (f^b, e^b) \rangle := \langle e^a | f^b \rangle + \langle e^b | f^a \rangle \quad (2-10)$$

其中 $(f^a, e^a), (f^b, e^b) \in T \times T^*$ ，则可给出如下的 Dirac 结构定义：

定义 2.4 定义在 T 上的(定常) Dirac 结构^[90]是功率对偶空间 $T \times T^*$ 中的一个子空间 D ，它满足 $D = D^\perp$ 。这里上标 $^\perp$ 表示关于双线性映射(2-10)的正交补。

注 2-1: 有限维 Dirac 结构的规范定义体系，其代数建构基于向量空间的闭包特性。相较之下，广义 Dirac 结构则需借助微分流形的纤维丛理论进行几何化描述。基于工程应用背景下有限维系统的普适性考量，本文的理论框架严格限定在定常 Dirac 结构的代数范畴内。

从 Dirac 结构的定义中可直接推导出能量（功率）守恒性质：

令 $(f, e) \in D = D^\perp$ ，则由(2-10)知：

$$0 = \langle (f, e), (f, e) \rangle = 2 \langle e | f \rangle \quad (2-11)$$

因此对 $\forall (f, e) \in D$ ，有

$$\langle e | f \rangle = 0 \quad (2-12)$$

称 T 上的 Dirac 结构 D 定义了功率变量 $(f, e) \in T \times T^*$ 的能量(功率)守恒性质。反过来，从能量守恒也可推出 Dirac 结构，如下述命题。

命题 2-1: 设 $T \subset D^l$ ，若 $T \times T^*$ 的一个线性子空间 D 的维数也为 l ，且 $\forall (f, e) \in D$ 均满足 $\langle e | f \rangle = 0$ ，则 D 为 T 上的一个 Dirac 结构。

证明: 令 $(f_1, e_1) \in D$ ， $(f_2, e_2) \in D$ ，则根据线性性质有： $(f_1 + f_2, e_1 + e_2) \in D$ ，因此：

$$0 = \langle (f_1, e_1), (f_2, e_2) \rangle = \langle e_1 | f_2 \rangle + \langle e_2 | f_1 \rangle + \langle e_1 | f_1 \rangle + \langle e_2 | f_2 \rangle \quad (2-13)$$

由 $\langle e_i | f_i \rangle = 0$ ， $i=1, 2$ 可得：

$$\langle (f_1, e_1), (f_2, e_2) \rangle = \langle e_1 | f_2 \rangle + \langle e_2 | f_1 \rangle = 0 \quad (2-14)$$

所以 $D \subset D^\perp$ 。又因为 $\dim D = l$ ，所以 $D = D^\perp$ 。

本研究揭示了 Dirac 结构的数学本质在于构建物理系统的能量守恒泛函框架，其核心在于通过几何代数方法实现能量守恒律的拓扑不变性表征。需特别阐明，此处的守恒特性表现为微分形式闭包条件，其具体物理诠释随作用量泛函的配置而动态演化。以线性电路系统为典型案例，当定义支路电流向量为流通量参数($f \in T$)，支路电压向量为广义作用力参数($e \in T^*$)，并构造双线性型泛函时，对应的 Dirac 代数架构等价表述了特勒根定理的非局域特性，该定理本质上是电荷守恒与能量连续性方程在 Hilbert 空间中的对偶表达。

本研究采用 Dirac 结构的规范代数表征体系，其核心在于建立基于线性代数的双射构造方法。特别地，通过引入核-象双射构造，可建立与原始几何定义完全等价的矩阵实现形式。

Dirac 结构的核表示法为：

$$D = \{(f, e) \in T \times T^* \mid Ff + Ee = 0\} \quad (2-15)$$

其中矩阵 $F, E \in R^{l \times l}$ ，且满足：

$$\begin{cases} EF^T + FE^T = 0 \\ \text{rank}[F; E] = l \end{cases} \quad (2-16)$$

其中 $\text{rank}[F; E]$ 表示矩阵 F 和 E 按列拼接后所得矩阵的秩。

等价的，象表示法为：

$$D = \{(f, e) \in T \times T^* \mid f = E^T \lambda, e = F^T \lambda\} \quad (2-17)$$

其中矩阵 F, E 同样满足(2-16)。

基于几何建模原理可知，多物理域耦合系统的能量守恒特性可通过规范 Dirac 代数结构进行数学表征。以典型电磁能量传输系统为例，具有不同电压参数的电网络通过电磁耦合元件实现能量传递时，其交互动力学满足辛结构约束条件：两个不同电压等级的电路通过变压器相连，因为变压器传输的电功率守恒 $U_1 I_1 + U_2 I_2 = 0$ ，因此这两个电路通过变压器的互联可以用一个 Dirac 结构来表示。

在规范 Dirac 代数架构的约束框架下，端口受控哈密顿系统(PCH)通过引入哈密顿泛函实现系统势能场的参数化表征。该泛函的微分与辛流形结构形成规范对偶，其临界点特性对应于能量平衡态的空间分布，这本质上是 Legendre 变换在接触流形上的正则实现。下一节对端口 Hamilton 系统进行简要介绍。

2.3.2 端口受控哈密顿(PCH)系统

在经典动力学系统建模理论体系中，Hamilton 力学体系作为牛顿矢量力学的对偶表述范式，通过能量状态空间重构实现了动力学描述的范式转换。其理论演进路径可概括为：牛顿运动定律→拉格朗日函数→正则 Hamilton 方程。对于具有 n 自由度的完整约束系统，欧拉-拉格朗日方程可表述为：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = Q \quad (2-18)$$

其中， $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ 表示系统的 n 维广义位移向量， $\dot{q}$ 代表系统的广义速度向量， Q 为外界作用于该系统的广义力。 $L(q, \dot{q})$ 为 EL 函数且满足：

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - P(q) \quad (2-19)$$

其中 $K(q, \dot{q})$ 为系统的动能， $P(q)$ 为系统的势能。

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q} \quad (2-20)$$

其中 $D(q)$ 为系统的广义质量。

则 n 维的广义动量可表示为

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = D(q) \dot{q} \quad (2-21)$$

定义哈密顿函数 $H(q, p)$ 为系统的总能量，即动能与势能之和

$$H(p, q) = \frac{1}{2} \dot{q} D^{-1}(q) \dot{q} + P(q) \quad (2-22)$$

令 $x = (q^T, p^T)^T$ 为系统的状态向量, 通过 Legendre 变换, 可以将 k 个二阶方程变化为 $2k$ 个一阶微分方程, 能够得到系统的哈密顿方程:

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}(q, p) = D^{-1}(q)p \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}(q, p) + Q \end{cases} \quad (2-23)$$

由以上介绍可知, 式(2-23)的系统是一个没有输入输出的特殊哈密顿系统, 输入 $u \in R^n$ 、输出 $y \in R^n$ 的哈密顿系统的一般形式可以如下表示

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}(q, p), & (q, p) = (p_1, p_2, \dots, p_k) \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}(q, p) + B(q)u, & u \in R^n \\ y = B^T(q) \frac{\partial H}{\partial p}(q, p) (= B^T(q)\dot{q}), & y \in R^n \end{cases} \quad (2-24)$$

式中, $B(q)$ 是系统输入矩阵, $B(q)u$ 是系统从输入量 $u \in R^n$ 产生的广义力 Q 。对于以上哈密顿系统, 可以用以下非线性系统表示

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u = J(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u \\ y = h(x) = g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) \end{cases} \quad (2-25)$$

其中 $x \in R^n$ 为系统状态变量, $J(x)$ 为 $n \times n$ 维反对称矩阵, 即 $J(x) = -J^T(x)$ 。式(2-25)即为具有结构矩阵的端口受控哈密顿(PCH)系统。

2.3.3 端口受控耗散哈密顿(PCHD)系统

基于几何网络拓扑理论, 式(2-25)所示的受控哈密顿系统可解析为势能存储单元与分布式环境相互作用的辛同构映射。如图 2-1 所示。图中 D 是一个 Dirac 结构, 它表示各部分之间的互联满足能量守恒; X 表示储能元件接入到此 Dirac 结构的端口, B 表示系统与外界环境交互的端口。因为满足能量守恒定律, 外部环境通过边界端口 B 注入的功率流, 将经由 D 结构的等距传输完全转化为存储端口的势能变化率。

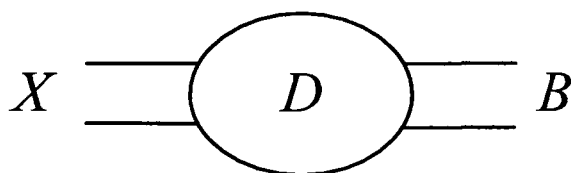


图 2-1 端口哈密顿系统的几何结构

基于物理系统构成原理的完备性分析，广义受控哈密顿系统的几何架构需包含势能存储单元、耗散场及外源激励端口三类基本要素。

与图 2-1 类似，这些不同能量性质的元件也都通过能量守恒的方式，互联形成图 2-2 所示广义端口 Hamilton 系统的几何结构。此能量守恒的互联结构同样可用 Dirac 结构来表示。

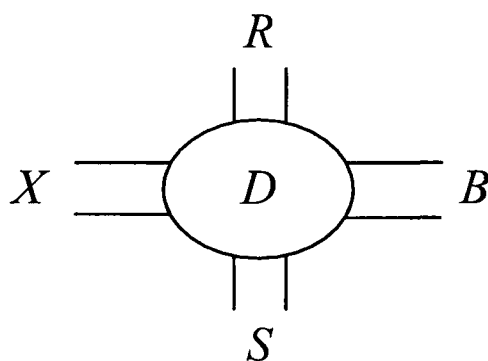


图 2-2 广义哈密顿系统的几何结构

图 2-2 中， X 是储能元件的接入端口， R 是耗散元件的接入端口， S 是能量供给元件的接入端口， B 是与外部环境的交互端口。

为了获得系统的端口受控耗散哈密顿(PCHD)模型，可以通过在 PCH 系统中加入耗能元件，得到如下方程

$$\begin{cases} \dot{x} = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u \\ y = g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) \end{cases} \quad (2-26)$$

式中， $J(x)$ 为反对称矩阵，能够反应系统内部的互联结构特点，其结构满足 $J(x) = -J^T(x)$ ； $R(x)$ 为半正定对称矩阵，即 $R(x) = R^T(x) \geq 0$ ，能够反应系统受控端口结构耗能特点； $H(x)$ 为控制系统的哈密顿函数，反应了内部系统存储的总能量； u 和 y 分别表示系统的输入和输出； $g(x)$ 表示系统输入端口特性。

2.4 PCHD 系统的控制方法

2.4.1 PCHD 系统的能量平衡特性

PCHD 系统最重要的一个性质就是系统能量守恒，对 PCHD 系统的总能量对时间求导，可以得到系统能量的变化率为

$$\begin{aligned}\frac{dH}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial^T H(x)}{\partial x} \left\{ [J(x) - R(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u \right\} \\ &= -\frac{\partial^T H(x)}{\partial x} R(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} + u^T y \leq u^T y\end{aligned}\quad (2-27)$$

可知

$$\frac{\partial^T H(x)}{\partial x} R(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} > 0 \quad (2-28)$$

其中 $\frac{\partial^T H(x)}{\partial x} R(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x}$ 表示由系统的阻尼元件所耗散的能量； $u^T y$ 表示外部控制提供的能量。对式(2-27)两边同时积分可得

$$\begin{aligned}H[x(t)] - H[x(0)] &= \int_0^t u^T(s)y(s)ds - \int_0^t \frac{\partial^T H}{\partial x}(x(s))R(x(s)) \frac{\partial H}{\partial x}(x(s))ds \\ &= \int_0^t u^T(s)y(s)ds - d(t)\end{aligned}\quad (2-29)$$

由式(2-29)可知，其对于所有的 $t \geq 0$ 成立，因此由于存在能量损耗，系统的总能量将会不断减少，即 $H[x(t)] \leq H[x(0)]$ 。若能量函数可以在某一点处取得最小值，则 PCHD 系统将最终稳定在该能量最小值点上，可以证明 PCHD 系统是严格无源的。

2.4.2 PCHD 系统的能量成形原理

在 PCHD 系统中引入控制器能够使系统的能量函数形式得到改变，对系统进行有效控制；阻尼注入可以在系统中增加能量耗散；两者相结合可以达到渐近镇定系统的目的。该方法被称为互联与阻尼分配无源性控制(Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control)的控制方法。

能量成形：通过反馈控制重构系统势能场，使期望平衡点成为闭环系统能量函数的全局极小点。即 $H(x) \rightarrow H(x) + H_c(x)$ 。

阻尼注入：针对在期望的平衡点使系统渐近镇定这一问题，可以引入可控耗散通道，加速系统能量向平衡点收敛。 $R(x) \rightarrow R(x) + R_c(x)$ 。

协同控制框架：对于一个已知的 PCHD 系统(2-26)以及一个期望的平衡点

x_0 ，通过反馈控制律

$$u = \beta(x) + v \quad (2-30)$$

得到一个新的 PCHD 系统并且使新系统满足新的能量平衡方程

$$H_d[x(t)] - H_d[x(0)] = \int_0^t v^T(s)z(s)ds - d_d(t) \quad (2-31)$$

其中 $H_d(x)$ 为 PCHD 系统期望的能量函数，其在期望的平衡点 x_0 处取得严格极小值， z 是新系统的输出， $d_d(t) \geq 0$ 是系统期望消耗的能量，可以通过阻尼注入方法进行配置，改善系统的收敛速率。

2.4.3 通过互联控制进行能量成形控制

设被控系统(2-26)的控制器也是一个 PCHD 系统，如下式

$$\begin{cases} \dot{x}_c = [J_c(x_c) - R_c(x_c)] \frac{\partial H_c(x_c)}{\partial x_c} + g_c(x_c)u_c \\ y_c = g_c^T(x_c) \frac{\partial H_c(x_c)}{\partial x_c} \end{cases} \quad (2-32)$$

式中 $x_c \in R^{n_c}$ ， $u_c, y_c \in R^{m_c}$ 。

被控系统(2-26)和控制器(2-32)反馈互联结构如所示

$$\begin{bmatrix} u \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

可以得到如下方程

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} &= \left(\begin{bmatrix} J(x) & -g(x)g_c^T(x_c) \\ g_c(x_c)g^T(x) & J_c(x_c) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R(x) & 0 \\ 0 & R_c(x_c) \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{\partial H(x)}{\partial x} \\ \frac{\partial H_c(x_c)}{\partial x_c} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} g(x) & 0 \\ 0 & g_c(x_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ v_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-34)$$

$$\begin{bmatrix} y \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g^T(x) & 0 \\ 0 & g_c^T(x_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H(x)}{\partial x} \\ \frac{\partial H_c(x_c)}{\partial x_c} \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

由式(2-34)和式(2-35)可以看出新系统仍为 PCHD 系统，所以两个 PCHD 系统经过互联仍然可以得到一个 PCHD 系统。

2.4.4 互联和阻尼配置

为了使 PCHD 系统在期望平衡点处达到渐进稳定, 可以通过设计反馈控制器

$$u = u_\alpha(x) \quad (2-36)$$

使闭环系统成为一个如下的期望 PCHD 系统:

$$\dot{x} = [J_d(x) - R_d(x)] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2-37)$$

其中 $J_d(x)$ 为期望的互联矩阵, 且 $J_d(x) = -J_d^T(x)$;

$R_d(x)$ 为期望的阻尼矩阵, 且 $R_d(x) = R_d^T(x) \geq 0$;

$H_d(x)$ 为 PCHD 系统期望得到的能量函数, 其在期望的平衡点 x_0 处取得严格极小值, 系统在平衡点处达到稳定。

互联与阻尼配置的方法可以描述如下

给定 $J(x)$ 、 $R(x)$ 、 $H(x)$ 、 $g(x)$ 和期望的镇定平衡点 x_0 , 若能找到反馈控制律 $u = u_\alpha(x)$ 及向量 $K(x)$ 满足:

$$[J_d(x) - R_d(x)] K(x) = -[J_\alpha(x) - R_\alpha(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x) u_\alpha(x) \quad (2-38)$$

且满足以下条件:

(1) 哈密顿结构保留

$$\begin{aligned} J_d(x) &= J(x) + J_\alpha(x) = -J_d^T(x) \\ R_d(x) &= R(x) + R_\alpha(x) = R_d^T(x) \geq 0 \end{aligned} \quad (2-39)$$

(2) 可积性条件

$$\frac{\partial K}{\partial x}(x) = \left[\frac{\partial K}{\partial x}(x) \right]^T \quad (2-40)$$

(3) 期望闭环系统在平衡点满足

$$K(x_0) = -\frac{\partial H(x_0)}{\partial x} \quad (2-41)$$

(4) Lyapunov 稳定性, 矩阵 $K(x)$ 在系统期望平衡点 x_0 处满足

$$\frac{\partial K(x_0)}{\partial x} > \frac{\partial^2 H(x_0)}{\partial x^2} \quad (2-42)$$

上式表明系统平衡点是孤立平衡点。则开环 PCHD 系统

$$\dot{x} = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x) u \quad (2-43)$$

经过状态反馈控制律 $u = u_a(x)$ 可得期望的 PCHD 系统。并且

$$H_d(x) = H(x) + H_a(x) \quad (2-44)$$

$$K(x) = \frac{\partial H_a(x)}{\partial x} \quad (2-45)$$

由此可知 x_0 是闭环 PCHD 系统的一个稳定的平衡点。其中 $J_a(x)$ 为互联矩阵的配置矩阵； $R_d(x)$ 为系统注入的阻尼矩阵； $H_a(x)$ 为外界控制供给的能量。

将矩阵 $g^+(x)$ 定义为是矩阵 $g(x)$ 的 Moore-Penrose 逆，即

$$g^+(x) = [g^T(x)g(x)]^{-1} g^T(x) \quad (2-46)$$

由式(2-38)、(2-45)可以将状态反馈控制律 $u = u_a(x)$ 求解为

$$u = g^+(x) \left\{ [J_a(x) - R_d(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} - [J_a(x) - R_d(x)] \frac{\partial H_a(x)}{\partial x} \right\} \quad (2-47)$$

定理 2.2 若存在系统期望的能量函数 $H_d(x)$ 和互联矩阵 $J_d(x)$ 与阻尼矩阵 $R_d(x)$ 使之匹配式(2-38)，则可知式(2-47)使原系统稳定。当最大不变集被包含于如下集合

$$\left\{ x \in R^n \mid -\frac{\partial H_d^T(x)}{\partial x} R_d(x) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} = 0 \right\} \quad (2-48)$$

则，式(2-48)使得系统渐近稳定。

证明：对期望能量函数 $H_d(x)$ 沿着 $\dot{x} = [J_d(x) - R_d(x)] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x}$ 进行微分可得

$$\dot{H}_d(x) = -\frac{\partial H_d^T(x)}{\partial x} R_d(x) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \leq 0 \quad (2-49)$$

由此可知系统稳定。

在非线性系统控制理论中，IDA-PBC 方法通过重构系统能量拓扑结构对非线性系统进行控制，设计无源状态反馈控制律，使得系统具有新的能量函数 $H_d(x) = H(x) + H_a(x)$ ，并保证系统在平衡点 x_0 处取得最小值。

2.5 本章小结

本章系统构建了支撑课题研究的核心理论体系，聚焦于非线性系统稳定性分析与控制策略的数学基础。首先，哈密顿系统基本理论出发，介绍了系统无源性、耗散性的基本概念及其能量成形的关系；其次从 Dirac 结构出发，介绍了端口受控哈密顿系统(PCHD)的基本结构；最后基于 PCHD 系统的能量平衡特性与能量成形原理，介绍了 PCHD 系统的互联与阻尼配置控制的设计方法。

第 3 章 模态能量视角下送出系统振荡分析

3.1 引言

在哈密顿系统中，哈密顿函数表示系统中能量之和。因此，本章基于哈密顿理论，将次同步能量进行分离，提出了一种适用于次同步振荡(sub-synchronous oscillation, SSO)分析的次同步模态能量^[86](sub-synchronous modal energy, SSME)分析方法。通过构建送出系统的 SSME 结构，从能量角度揭示 SSO 的性质。

3.2 次同步模态能量构建与分析

由上文分析可知，端口受控哈密顿系统存储的所有能量可用如下能量函数描述：

$$H(x) = \frac{1}{2} x^T D^{-1} x \quad (3-1)$$

为了研究次同步振荡对系统所产生能量的影响，可以将式中能量变量表示为基频量叠加次同步量的形式，即：

$$\begin{aligned} H(x) = H(x_s + \Delta x) &= \frac{1}{2} (x_s + \Delta x)^T D^{-1} (x_s + \Delta x) \\ &= \underbrace{\frac{1}{2} x_s^T D^{-1} x_s}_{\text{基频分量}} + \underbrace{\frac{1}{2} x_s^T D^{-1} \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^T D^{-1} x_s}_{\text{基频分量与次同步分量相互作用}} + \underbrace{\frac{1}{2} \Delta x^T D^{-1} \Delta x}_{\text{次同步分量}} \end{aligned} \quad (3-2)$$

从式中可以看出，在系统模态能量解析中，系统总能量可解耦为四个特征分量：基频分量表征工频稳态能量项，其动态特性与次同步振荡无直接关联；基频-次谐波交互能量项反映工频分量与次同步分量的非线性耦合效应，数学上表现为具有零时间均值特性的正弦调制项，仅表征瞬态谐波能量交换过程；次同步模态能量(SSME)则直接量化次同步频段的电磁暂态能量积累特性，作为次同步振荡风险评估的核心指标。因此，本文将重点关注第 4 项的能量，将其定义为存储在系统中的 SSME，如下式所示。

$$H_{\text{SSO}} = \frac{1}{2} \Delta x^T D^{-1} \Delta x \quad (3-3)$$

接下来，将哈密顿模型的输入量以及能量变量用基频量叠加次同步量的形式表示，即：

$$\dot{x} = \dot{x}_s + \Delta\dot{x} = (J - R) \frac{\partial H(x_s + \Delta x)}{\partial (x_s + \Delta x)} + g(u_s + \Delta u) \quad (3-4)$$

由式(3-2)可得:

$$\frac{\partial H(x_s + \Delta x)}{\partial (x_s + \Delta x)} = D^{-1}(x_s + \Delta x) \quad (3-5)$$

然后, 将式(3-5)代入式(3-4)可得:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \dot{x}_s + \Delta\dot{x} \\ &= (J - R) D^{-1}(x_s + \Delta x) + g(u_s + \Delta u) \\ &= (J - R) D^{-1}x_s + (J - R) D^{-1}\Delta x + g u_s + g \Delta u \end{aligned} \quad (3-6)$$

对于系统中包含的基频量, 有下式成立:

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= (J - R) \frac{\partial H(x_s)}{\partial x_s} + g u_s \\ &= (J - R) D^{-1}x_s + g u_s \end{aligned} \quad (3-7)$$

将式(3-7)代入式(3-6), 可得:

$$\Delta\dot{x} = (J - R) D^{-1}\Delta x + g \Delta u \quad (3-8)$$

由式(3-3)可得, 系统存储的 SSME 对能量变量进行求导可以得到

$$\frac{\partial H_{SSO}}{\partial \Delta x} = D^{-1}\Delta x \quad (3-9)$$

对式(3-9)左右两边乘以式(3-8), 可得到系统存储的 SSME 对时间的导数:

$$\frac{dH_{SSO}}{dt} = \left(\frac{\partial H_{SSO}}{\partial \Delta x} \right)^T \Delta\dot{x} = (D^{-1}\Delta x)^T (J - R) D^{-1}\Delta x + (D^{-1}\Delta x)^T g \Delta u \quad (3-10)$$

由于 J 矩阵为反对称矩阵, 于是有下式成立:

$$(D^{-1}\Delta x)^T J D^{-1}\Delta x = 0 \quad (3-11)$$

将式(3-11)代入式(3-10)可以得到系统存储的 SSME 的变化率:

$$\frac{dH_{SSO}}{dt} = -(D^{-1}\Delta x)^T R D^{-1}\Delta x + (D^{-1}\Delta x)^T g \Delta u \quad (3-12)$$

3.3 高压直流输电系统哈密顿模型建立

在新能源电力输送领域, 基于电网换相换流器的高压直流输电技术已成为大规模风电跨区域传输的核心解决方案。该系统的拓扑架构包含四个关键子系统: 1) 风电场集群能量汇集网络; 2) 同步机组支撑系统; 3) $\pm 800\text{kV}$ 级直流输电走廊, 包含 12 脉动换流阀组、平波电抗器及直流滤波器; 4) 受端交流受电网络。送出系统的模型如图 3-1 所示:

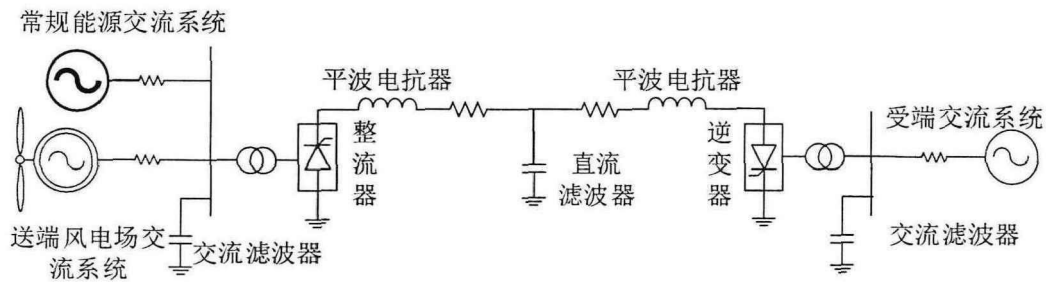


图 3-1 送出系统模型

直流输电系统主要包括整流站、逆变站、直流输电线路以及相应的控制系统。整流站和逆变站被合称为换流站，其功能分别是将交流电变换为直流电和将直流电变换为交流电。

高压直流输电系统模型参数已在表 3-1 中列示。

表 3-1 高压直流输电系统参数设置

高压直流输电系统设置		参数设置
送端整流站	短路比 SCR	2.5
	换流变压器容量/MVA	603.7
	无功补偿容量/Mvar	626
	换流变压器变比	345/213.5
	换流变压器漏抗	0.18p.u.
	交流电压/kV	382.87
	换相阻抗/ Ω	$47.6 \angle 84^\circ$
	额定直流功率 P_N /MW	1000
	额定直流电压 U_N /kV	500
	额定直流电流 I_d /kA	2
直流输电线路	线路电阻 R_d / Ω	2.5×2
	线路电感 L_d /H	0.5968×2
	线路电容 C/uF	26
	短路比 SCR	2.5
受端逆变站	换流变压器容量/MVA	591.8
	无功补偿容量/Mvar	626
	换流变压器变比	230/209.2
	换流变压器漏抗	0.18p.u.
	交流电压/kV	215.05
	换相阻抗/ Ω	$21.2 \angle 75^\circ$

3.3.1 高压直流系统原始数学模型

在高压直流输电系统建模中，LCC-HVDC 多采用准稳态均值建模方法。该方法通过简化换相过程动态特征，在保证计算精度的同时显著降低了模型复杂度。针对次同步振荡这类小信号稳定性分析框架下的特殊问题，准稳态模型能有效表征换流站与交流系统间的动态相互作用机制。

本研究所建高压直流输电模型参照国际大电网会议(CIGRE)推荐的基准架构进行参数化设计，其拓扑结构如图 3-2 所示。系统采用双极对称接线方式，两端换流站均配置具有谐波抑制特性的十二脉动阀组拓扑结构。其中整流站通过定电流控制实现直流电流精准调节，逆变站采用基于电压裕度的自适应熄弧角控制策略。

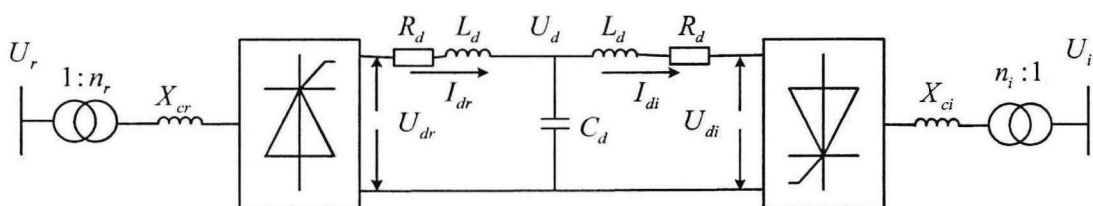


图 3-2 LCC-HVDC 系统结构图

图中，交流网络参数采用单相等效形式进行归一化处理，其中下标“r”与“i”分别表征整流站与逆变站对应的物理量；换流母线电压由线电压均方根值 U_r 和 U_i 量化表征； n 为换流变压器的变比； X 为换流变压器的等效换相电抗；直流输电线路采用 T 形等效电路， L 、 R 、 C 分别代表直流线路的等效电抗、等效电阻和等效对地电容； I_d 为直流电流，方向如图中箭头所示。

(1) 整流站的电气参数

同时考虑触发角与换相电感的影响，十二脉冲整流器对地直流电压平均值：

$$U_{dr} = 2 \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_r \cos \alpha_r - \frac{3X_{cr}}{\pi} I_d \right) \quad (3-13)$$

式中：

U_{dr} 为十二脉冲换流器对地直流电压平均值；

U_r 为整流站阀侧换相电压；

α_r 为整流侧延迟触发角；

X_{cr} 为整流侧等值换相电抗；

I_d 为直流电流。

整流站直流功率 P_{dr} 为:

$$P_{dr} = NU_{dr}I_d \quad (3-14)$$

N 为 HVDC 输电系统极数, 单极系统 $N=1$, 双极系统 $N=2$ 。

整流侧功率因数 $\cos \varphi_r$ 为:

$$\cos \varphi_r = \frac{U_{dr}}{U_{dr0}} \quad (3-15)$$

式中, φ_r 为整流站功率因数角, $U_{dr0} = 6\sqrt{2}U_r/\pi$ 为整流站理想空载电压。

整流站的无功功率 Q_{dr} 为:

$$Q_{dr} = P_{dr} \tan \varphi_r \quad (3-16)$$

(2) 逆变站的电气参数

与整流站相似, 十二脉冲逆变器对地直流电压平均值为:

$$U_{di} = 2 \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_i \cos \gamma_i - \frac{3X_{ci}}{\pi} I_d \right) = 2 \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_i \cos \beta_i + \frac{3X_{ci}}{\pi} I_d \right) \quad (3-17)$$

式中, U_{di} 为十二脉冲逆变器对地直流电压平均值, U_i 为逆变器换相电压, γ_i 为逆变侧关断角, β_i 为逆变侧超前触发角, X_{ci} 为逆变侧等值换相电抗。

逆变站的直流功率 P_{di} 为:

$$P_{di} = U_{di} I_{di} \quad (3-18)$$

逆变站功率因数 $\cos \varphi_i$ 为:

$$\cos \varphi_i = \frac{U_{di}}{U_{di0}} \quad (3-19)$$

式中, φ_i 为逆变站功率因数角, $U_{di0} = 6\sqrt{2}U_i/\pi$ 为逆变站理想空载电压。

逆变站无功功率 Q_{di} 为:

$$Q_{di} = P_{di} \tan \varphi_i \quad (3-20)$$

直流电流表达式 I_d 为:

$$I_d = \frac{U_{dr} - U_{di}}{R} = \frac{U_{dr0} \cos \alpha_r - U_{di0} \cos \gamma_i}{R_{xr} + R - R_{xi}} \quad (3-21)$$

式中, $R_{xr} = 3X_{xr}/\pi$ 为整流侧等值换相电阻; $R_{xi} = 3X_{xi}/\pi$ 为逆变侧等值换相电阻。

(3) 直流线路

作为整流站与逆变站之间的能量传输通道，直流线路的动态特性建模需综合考虑分布参数效应。基于基尔霍夫电压-电流守恒定理，推导得到输电线路的线性化动态方程可表述为：

$$\begin{cases} \Delta \dot{I}_{dr} = \frac{1}{L_d} (-R_d \Delta I_{dr} - \Delta U_d + \Delta U_{dr}) \\ \Delta \dot{U}_d = \frac{1}{C_d} (\Delta I_{dr} - \Delta I_{di}) \\ \Delta \dot{I}_{di} = \frac{1}{L_d} (-R_d \Delta I_{di} + \Delta U_d - \Delta U_{di}) \end{cases} \quad (3-22)$$

式中， U_{dr} 和 U_{di} 分别为整流站与逆变站出口的直流电压， U_d 为直流线路等效电容电压。

(4) 控制器

在常规高压直流输电系统控制架构设计中，整流站主要配置定电流与定功率双重调控模式，逆变站则具备定电压与定熄弧角两类运行策略。本论文构建了整流侧采用定电流调控、逆变侧实施定电压控制的混合控制体系。

在高压直流输电系统的控制架构中，定电流控制作为核心闭环调节机制，通过动态调整整流侧晶闸管触发角 α 实现直流链路电流的精准跟踪与稳定维持。该控制策略基于 PI 调节器构建，定电流控制系统架构如图 3-3 所示。

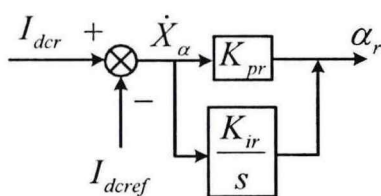


图 3-3 定电流控制系统架构

由图 3-3 可知，整流器的线性化状态空间模型为：

$$\begin{cases} \Delta \dot{X}_\alpha = \Delta I_{dcr} - \Delta I_{dcref} \\ \Delta \alpha = K_{ir} \Delta X_\alpha + K_{pr} \Delta I_{dcr} - K_{pr} \Delta I_{dcref} \end{cases} \quad (3-23)$$

其中 I_{dcr} 和 I_{dcref} 是整流侧直流电流实际值和其整定值， α 是定电流控制器的输出量。

在高压直流输电系统控制体系中，定电压控制作为维持直流链路电压稳定的核心策略，通过闭环反馈机制动态调节换流器超前触发角 β ，确保实际直流电压 U_{dci} 精确跟踪指令值 U_{dcref} 。定电压控制系统架构如图 3-4 所示。

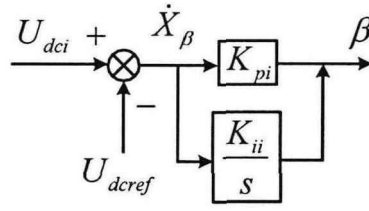


图 3-4 定电压控制系统架构

由图 3-4 可知，逆变器定电压控制的线性化状态空间模型为：

$$\begin{cases} \Delta \dot{X}_\beta = \Delta U_{dci} - \Delta U_{dcref} \\ \Delta \beta = K_{ii} \Delta X_\beta + K_{pi} \Delta U_{dci} - K_{pi} \Delta U_{dcref} \end{cases} \quad (3-24)$$

其中 U_{dci} 和 U_{dcref} 是逆变侧直流电压实际值和其整定值， β 是定电压控制器的输出量。

(5) AC/DC 接口方程

LCC-HVDC 和交流系统的接口量是直流系统和交流系统连接点电压 U_r 、 U_i 以及直流电流 I_{dr} 、 I_{di} ，对之前的方程进行简化，给出相应的代数方程。

$$U_{dr} = T_r U_{r(0)} \cos \alpha_r - R_{Cr} I_{dr} \quad (3-25)$$

$$U_{di} = T_i U_{i(0)} \cos \beta_i - R_{Ci} I_{di} \quad (3-26)$$

将代数方程线性化可以得到对应的线性化状态空间方程：

$$\begin{aligned} \Delta U_{dr} &= -R_{Cr} \Delta I_{dr} - T_r U_{r(0)} \sin(\alpha_{(0)}) \Delta \alpha + T_r \cos(\alpha_{(0)}) \frac{U_{rx(0)}}{U_{r(0)}} \Delta U_{rx} + T_r \cos(\alpha_{(0)}) \frac{U_{ry(0)}}{U_{r(0)}} \Delta U_{ry} \\ &= k_1 \Delta I_{dr} + k_2 \Delta \alpha + k_3 \Delta U_{rx} + k_4 \Delta U_{ry} \end{aligned} \quad (3-27)$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{di} &= -R_{Ci} \Delta I_{di} - T_i U_{i(0)} \sin(\beta_{(0)}) \Delta \beta + T_i \cos(\beta_{(0)}) \frac{U_{ix(0)}}{U_{i(0)}} \Delta U_{ix} + T_i \cos(\beta_{(0)}) \frac{U_{iy(0)}}{U_{i(0)}} \Delta U_{iy} \\ &= k_5 \Delta I_{di} + k_6 \Delta \beta + k_7 \Delta U_{ix} + k_8 \Delta U_{iy} \end{aligned} \quad (3-28)$$

结合前文换流器小信号模型中 $\Delta \alpha$ 和 $\Delta \beta$ 表达式，可以得到：

$$\begin{aligned} \Delta U_{dr} &= k_1 \Delta I_{dr} + k_2 \Delta \alpha + k_3 \Delta U_{rx} + k_4 \Delta U_{ry} \\ &= k_1 \Delta I_{dr} + k_2 (K_{ir} \Delta X_\alpha + K_{pr} \Delta I_{dcr} - K_{pr} \Delta U_{dcref}) + k_3 \Delta U_{rx} + k_4 \Delta U_{ry} \\ &= (k_1 + k_2 K_{pr}) \Delta I_{dr} + k_2 K_{ir} \Delta X_\alpha + k_3 \Delta U_{rx} + k_4 \Delta U_{ry} - k_2 K_{pr} \Delta U_{dcref} \end{aligned} \quad (3-29)$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{di} &= k_5 \Delta I_{di} + k_6 \Delta \beta + k_7 \Delta U_{ix} + k_8 \Delta U_{iy} \\ &= k_5 \Delta I_{di} + k_6 (K_{ii} \Delta X_\beta + K_{pi} \Delta U_{dci} - K_{pi} \Delta U_{dcref}) + k_7 \Delta U_{ix} + k_8 \Delta U_{iy} \end{aligned} \quad (3-30)$$

结合上述线性化状态空间方程，可以得到 LCC-HVDC 部分的线性化状态空间方程：

$$C\Delta\dot{X} = A\Delta X + B\Delta Y \quad (3-31)$$

其中：

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - k_6 K_{pi} \end{bmatrix} \quad (3-32)$$

$$\Delta X = [\Delta X_\alpha \quad \Delta I_{dr} \quad \Delta U_d \quad \Delta I_{di} \quad \Delta X_\beta]^T \quad (3-33)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ k_2 K_{ir} & -R_d + k_1 + k_2 K_{pr} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -R_d - \frac{k_5}{1 - k_6 K_{pi}} & -\frac{k_6 K_{ii}}{1 - k_6 K_{pi}} \\ 0 & 0 & 0 & k_5 & k_6 K_{ii} \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

$$B\Delta Y = \begin{bmatrix} -\Delta I_{dcref} \\ -k_2 K_{pr} \Delta I_{dcref} + k_3 \Delta U_{rx} + k_4 \Delta U_{ry} \\ 0 \\ -\frac{-k_6 K_{pi} \Delta U_{dcref} + k_7 \Delta U_{ix} + k_8 \Delta U_{iy}}{1 - k_6 K_{pi}} \\ +k_7 \Delta U_{ix} + k_8 \Delta U_{iy} - 1 \Delta U_{dcref} \end{bmatrix} \quad (3-35)$$

综上，高压直流输电系统的线性化状态空间方程已经推导得出。

3.3.2 高压直流输电系统的 PCH 模型

一个物理系统的广义哈密顿模型形式如下式所示：

$$\begin{cases} \dot{x} = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u \\ y = g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) \end{cases} \quad (3-36)$$

高压直流输电系统的小信号模型在结构上与广义哈密顿系统模型相似，因此可以选择系统能量变量与端口输入变量为

$$x = [\Delta X_\alpha \quad L_d \Delta I_{dr} \quad C_d \Delta U_d \quad C_d \Delta I_{di} \quad (1 - k_6 K_{pi}) \Delta X_\beta]^T \quad (3-37)$$

选取系统结构矩阵 $J(x)$ 和阻尼矩阵 $R(x)$ 为:

$$J(x) = \frac{1}{2} (A(x) - A^T(x)) \quad (3-38)$$

$$R(x) = -\frac{1}{2} (A(x) + A^T(x)) \quad (3-39)$$

高压直流输电系统广义哈密顿模型即可表示为:

$$\dot{x} = (J - R) \frac{\partial H(x)}{\partial x} + gu \quad (3-40)$$

其中:

$$J(x) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1 - k_2 K_{ir}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1 - k_2 K_{ir}}{2} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \left(k_5 + \frac{k_6 K_{ii}}{1 - k_6 K_{pi}} \right) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \left(k_5 + \frac{k_6 K_{ii}}{1 - k_6 K_{pi}} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

$$R(x) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1 + k_2 K_{ir}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1 + k_2 K_{ir}}{2} & R_d - k_1 - k_2 K_{pr} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_d + \frac{k_5}{1 - k_6 K_{pi}} & -\frac{1}{2} \left(k_5 - \frac{k_6 K_{ii}}{1 - k_6 K_{pi}} \right) \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \left(k_5 - \frac{k_6 K_{ii}}{1 - k_6 K_{pi}} \right) & -k_6 K_{ii} \end{bmatrix} \quad (3-42)$$

3.4 双馈风机哈密顿模型建立

3.4.1 双馈风机原始数学模型

本章搭建的双馈风电系统并网模型如图 3-5 所示，其中，定子绕组直接与电网相连，转子绕组通过变流器与电网相连。

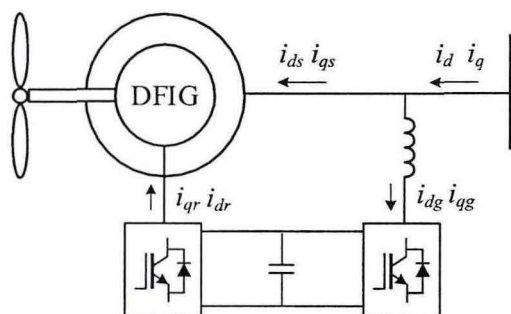


图 3-5 单台双馈风机模型

为推导双馈感应发电机(doubly-fed induction generators, DFIG)在两相同步旋转坐标系下的数学模型，首先需要确定各物理量的参考方向，定子侧绕组采用发电机惯例，转子侧绕组采用电动机惯例。

为了方便分析问题，可以适当简化模型，因此作出如下假设：

(1)双馈发电机的定子和转子均为三相对称绕组，其气隙均匀，电路、磁路对称分布：

(2)忽略磁滞、涡流损耗等铁耗，忽略磁饱和；

(3)不考虑温度对电机参数的影响。

可以得到双馈感应发电机在两相同步旋转坐标系下的电压方程：

$$\begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \\ u_{dr} \\ u_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_s \psi_{qs} \\ \omega_s \psi_{ds} \\ -\omega_r \psi_{qr} \\ \omega_r \psi_{dr} \end{bmatrix} \quad (3-43)$$

以及双馈感应发电机在两相同步旋转坐标系下的磁链方程：

$$\begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (3-44)$$

将式(3-44)代入式(3-43)可以得到：

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{ds} \\ \psi_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & \omega_s L_s & 0 & \omega_s L_m \\ -\omega_s L_s & -R_s & -\omega_s L_m & 0 \\ 0 & \omega_s L_m & -R_r & \omega_s L_r \\ -\omega_s L_m & 0 & -\omega_s L_m & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\psi_{qr} \\ \psi_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \\ u_{dr} \\ u_{qr} \end{bmatrix} \quad (3-45)$$

式中： ψ_{ds} 、 ψ_{qs} 、 ψ_{dr} 、 ψ_{qr} 分别为 DFIG 定、转子磁链在 dq 轴的分量； R_s 、 L_s 、 R_r 、 L_r 分别为 DFIG 的定子电阻、定子等效两相绕组自感以及转子电阻、转子等效两相绕组自感； L_m 为定转子同轴等效绕组间的互感； ω_s 、 ω_r 分别为同步磁场角速度与 DFIG 转子旋转角速度标么值； u_{ds} 、 u_{qs} 、 u_{dr} 、 u_{qr} 分别为 DFIG 定子电压与转子电压的 dq 轴分量。

DFIG 的轴系模型如下：

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = T_m - T_e - D\omega_r \quad (3-46)$$

式中： J 为 DFIG 轴系的惯量； T_m 为 DFIG 轴系输出至转子的机械转矩； T_e 为 DFIG 的电磁转矩，并有 $T_e = \psi_{dr} i_{qr} - \psi_{qr} i_{dr}$ ； D 为 DFIG 转子的阻尼。

DFIG 网侧子系统电磁暂态模型如下：

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_g i_{dg} \\ L_g i_{qg} \\ Cu_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_g & \omega_s L_g & -S_{dg} \\ -\omega_s L_g & -R_g & -S_{qg} \\ S_{dg} & S_{qg} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dg} \\ i_{qg} \\ u_{dc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \\ -S_{dr} i_{dr} - S_{qr} i_{qr} \end{bmatrix} \quad (3-47)$$

式中： S_{dg} 、 S_{qg} 分别为 DFIG 网侧换流器调制信号的 dq 轴分量； S_{dr} 、 S_{qr} 分别为 DFIG 机侧换流器调制信号的 dq 轴分量； R_g 、 L_g 分别为网侧换流器线路电阻和电感； C 为直流侧电容； u_{dc} 为直流电容电压。

3.4.2 双馈风机的 PCH 模型

根据双馈风机的数学模型，可以选择系统能量变量与端口输入变量为

$$x = [\psi_{ds} \quad \psi_{qs} \quad \psi_{dr} \quad \psi_{qr} \quad J\omega_r \quad L_g i_{dg} \quad L_g i_{qg} \quad Cu_{dc}]^T \quad (3-48)$$

$$u = [u_{ds} \quad u_{qs} \quad T_m]^T \quad (3-49)$$

DFIG 系统的哈密顿能量可表示为：

$$H(x) = \frac{1}{2} x^T D^{-1} x \quad (3-50)$$

其中：

$$D = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & L_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

DFIG 子系统广义哈密顿模型即可表示为:

$$\dot{x} = (J - R) \frac{\partial H(x)}{\partial x} + gu \quad (3-52)$$

其中:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s L_s & 0 & \omega_s L_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_s L_s & 0 & -\omega_s L_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_s L_m & 0 & \omega_s L_r & -\psi_{qr} & 0 & 0 & S_{dr} \\ -\omega_s L_m & 0 & -\omega_s L_r & 0 & \psi_{dr} & 0 & 0 & S_{qr} \\ 0 & 0 & \psi_{qr} & -\psi_{dr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_s L_g & -S_{dg} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_s L_g & 0 & -S_{qg} \\ 0 & 0 & -S_{dr} & S_{qr} & 0 & S_{dg} & S_{qg} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-53)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-54)$$

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3-55)$$

3.5 次同步模态能量分析

3.5.1 LCC-HVDC 模态能量分析

由 3.2 次同步模态能量构建与分析可知，系统的模态能量变化率为：

$$\frac{dH_{SSO}}{dt} = -(D^{-1}\Delta x)^T R D^{-1}\Delta x + (D^{-1}\Delta x)^T g \Delta u \quad (3-56)$$

将前文推导的 LCC-HVDC 系统哈密顿方程代入：

$$\begin{aligned} \frac{dH_{SSO}}{dt} &= -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^T R(x) \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^T g \Delta u \\ &= \Delta U_{dr} \Delta I_{dr} - \Delta U_{di} \Delta I_{di} - R_d \Delta I_{dr}^2 - R_d \Delta I_{di}^2 \\ &\quad + \Delta X_\alpha (\Delta I_{dr} - \Delta I_{dref}) + (1 - k_6 K_{pi}) \Delta X_\beta (\Delta U_{di} - \Delta U_{dref}) \end{aligned} \quad (3-57)$$

对两边由 0-t 时刻积分，可得到高压直流输电系统的次同步模态能量结构：

$$W_{port} = W_{SSO} + W_{diss} + W_{conv} \quad (3-58)$$

式中：

$$\begin{cases} W_{port} = \int_0^t (\Delta U_{rx} \Delta I_{rx} + \Delta U_{ry} \Delta I_{ry} - \Delta U_{ix} \Delta I_{ix} - \Delta U_{iy} \Delta I_{iy}) ds \\ W_{SSO} = \int_0^t dH_{SSO} \\ W_{diss} = \int_0^t (R_d \Delta I_{dr}^2 + R_d \Delta I_{di}^2) ds \\ W_{conv} = \int_0^t (\Delta X_\alpha (\Delta I_{dr} - \Delta I_{dref}) + (1 - k_6 K_{pi}) \Delta X_\beta (\Delta U_{di} - \Delta U_{dref})) ds \end{cases} \quad (3-59)$$

由上式可知，高压直流输电系统的次同步模态能量包含 4 个部分，其物理意义解释如下：

- 1) W_{port} 是从外部系统流向 LCC-HVDC 系统的总端口次同步模态能量；
- 2) W_{SSO} 是 LCC-HVDC 系统在 0-t 时刻存储的次同步模态能量；
- 3) W_{diss} 是 LCC-HVDC 系统耗散的次同步模态能量，由两项平方项相加组成，其值恒为正；
- 4) W_{conv} 是换流器系统产生或吸收的次同步模态能量，与控制器的控制参数有关。

在 LCC-HVDC 系统的次同步振荡模态能量中，次同步模态能量（SSME）的动态平衡关系可表述为：外部系统注入的端口 SSME(W_{port})通过能量守恒定律转化为三部分——存储于 LCC-HVDC 内部的保守能量 SSME(W_{SSO})、直流线路电阻耗散的能量 SSME(W_{diss})以及换流器与系统交互产生的能量 SSME(W_{conv})。

其中，存储能量项作为保守量仅反映电感与电容间的能量周期性交换，其闭路径积分为零，故不参与系统阻尼特性的决定；而耗散能量项因直流电阻的焦耳热效应始终为正，提供固定正阻尼。关键变量为换流器交互项 W_{conv} ，其符号由控制系统动态决定，当换流器控制参数设置不合理时， W_{conv} 可能呈现负值，此时换流器向系统注入次同步能量，导致总端口 SSME(W_{port})为负，系统呈现负阻尼特性，触发 SSO 失稳。因此，LCC-HVDC 系统在弱电网条件下既可能作为 SSO 的被动耗散体，也可能因控制动态失配成为主动激励源。

以上分析基于 LCC-HVDC 内部没有次同步能量注入，即没有强迫类型次同步振荡源的情况。分析结果表明，由于换流器系统的模态能量可能呈现出正阻尼或负阻尼，因此 LCC-HVDC 可能耗散 SSO 也可能是 SSO 源。

3.5.2 DFIG 次同步模态能量分析

同样的，将 DFIG 系统的 PCHD 模型代入可得：

$$\begin{aligned} \frac{dH_{SSO}}{dt} = & -[D\Delta\omega_r^2 + (R_r\Delta i_{dr}^2 + R_r\Delta i_{qr}^2) + (R_s\Delta i_{ds}^2 + R_s\Delta i_{qs}^2) \\ & + (R_g\Delta i_{dg}^2 + R_g\Delta i_{qg}^2)] + [\Delta T_m\Delta\omega_r + (\Delta i_d\Delta u_{ds} + \Delta i_q\Delta u_{qs})] \\ & + [\Delta\omega_r\Delta\psi_{qr}i_{dr0} - \Delta\omega_r\Delta\psi_{dr}i_{qr0} + \omega_{r0}(\Delta\psi_{dr}\Delta i_{qr} - \Delta\psi_{qr}\Delta i_{dr})] \\ & + [(\Delta i_{dr}u_{dc0} - i_{dr0}\Delta u_{dc})\Delta s_{dr} + (\Delta i_{qr}u_{dc0} - i_{qr0}\Delta u_{dc})\Delta s_{qr} \\ & + (i_{dg0}\Delta u_{dc} - \Delta i_{dg}u_{dc0})\Delta s_{dg} + (i_{qg0}\Delta u_{dc} - \Delta i_{qg}u_{dc0})\Delta s_{qg}] \end{aligned} \quad (3-60)$$

式中： $\Delta i_d = \Delta i_{ds} + \Delta i_{dg}$ ； $\Delta i_q = \Delta i_{qs} + \Delta i_{qg}$ 。

为了反映外部网络在 SSO 时对 DFIG 的影响，将端口变量 Δi_d 、 Δi_q 、 Δu_{ds} 、 Δu_{qs} 由 dq 坐标系变换到 xy 坐标系，可得：

$$\begin{aligned} \Delta i_d\Delta u_{ds} + \Delta i_q\Delta u_{qs} = & \Delta i_x\Delta u_{xs} + \Delta i_y\Delta u_{ys} + (\Delta i_d u_{qs0} - \Delta i_q u_{ds0} \\ & - i_{d0}\Delta u_{qs} + i_{q0}\Delta u_{ds})\sin\Delta\delta - [2(i_{d0}u_{ds0} + i_{q0}u_{qs0}) \\ & + (i_{d0}\Delta u_{ds} + i_{q0}\Delta u_{qs}) + (\Delta i_d u_{ds0} + \Delta i_q u_{qs0})](1 - \cos\Delta\delta) \end{aligned} \quad (3-61)$$

式中： Δu_{xs} 、 Δu_{ys} 分别为 DFIG 定子电压的 xy 轴次同步分量； Δi_x 、 Δi_y 分别为 DFIG 机侧加网侧输出总电流的 xy 轴次同步分量； $\Delta\delta$ 为 DFIG 锁相角的次同步分量。

将式(3-61)代入式(3-60)，并对两边由 0-t 时刻积分，即可得到 DFIG 子系统的 SSME 结构：

$$W_{port} = W_{SSO} + W_{diss} + W_{gen} + W_{conv} + W_{PE} \quad (3-62)$$

$$\left\{ \begin{aligned} W_{port} &= \int_0^t [\Delta T_m \Delta \omega_r + (\Delta i_x \Delta u_{xs} + \Delta i_y \Delta u_{ys})] ds \\ W_{SSO} &= \int_0^t dH_{SSO} \\ W_{diss} &= \int_0^t [D \Delta \omega_r^2 + (R_r \Delta i_{dr}^2 + R_r \Delta i_{qr}^2) + (R_s \Delta i_{ds}^2 + R_s \Delta i_{qs}^2) + (R_g \Delta i_{dg}^2 + R_g \Delta i_{qg}^2)] ds \\ W_{PE} &= \int_0^t [(\Delta i_q u_{ds0} + i_{d0} \Delta u_{qs} - \Delta i_d u_{qs0} - i_{q0} \Delta u_{ds}) \sin \Delta \delta + 2(i_{d0} u_{ds0} + i_{q0} u_{qs0}) \\ &\quad + (i_{d0} \Delta u_{ds} + i_{q0} \Delta u_{qs}) + (\Delta i_d u_{ds0} + \Delta i_q u_{qs0})] (1 - \cos \Delta \delta) ds \\ W_{gen} &= \int_0^t [\Delta \omega_r \Delta \psi_{qr} i_{dr0} - \Delta \omega_r \Delta \psi_{dr} i_{qr0} + \omega_{r0} (\Delta \psi_{dr} \Delta i_{qr} - \Delta \psi_{qr} \Delta i_{dr})] ds \\ W_{conv} &= \int_0^t [(\Delta i_{dr} u_{dc0} - i_{dr0} \Delta u_{dc}) \Delta s_{dr} + (\Delta i_{qr} u_{dc0} - i_{qr0} \Delta u_{dc}) \Delta s_{qr} \\ &\quad + (i_{dg0} \Delta u_{dc} - \Delta i_{dg} u_{dc0}) \cdot \Delta s_{dg} + (i_{qg0} \Delta u_{dc} - \Delta i_{qg} u_{dc0}) \Delta s_{qg}] ds \end{aligned} \right. \quad (3-63)$$

如式(3-62)所示, DFIG 系统的 SSME 结构包含 6 个部分:

- 1) 总端口 SSME(W_{port}): 表征外部系统(含风力机机械子系统与电网)注入 DFIG 系统的次同步能量总和;
- 2) 存储 SSME(W_{SSO}): 表征 DFIG 系统内电磁元件的暂态能量积累;
- 3) 电阻耗散 SSME(W_{diss}): 表征 DFIG 系统中由定转子电阻与线路电阻产生的焦耳损耗, 其值恒为正;
- 4) 势能变化 SSME(W_{PE}): 表征 DFIG 系统的 SSME 势能的变化;
- 5) 感应发电机交互 SSME(W_{gen}): 表征感应发电机产生或吸收的 SSME, 由转子磁链的次同步分量、转子电流的次同步分量和转子角速度的次同步分量耦合形成;
- 6) 换流器交互 SSME(W_{conv}): 表征换流器系统产生或吸收的 SSME, 由换流器调制信号的次同步分量、转子电流的次同步分量、网侧电流的次同步分量以及直流电容电压的次同步分量共同作用形成, 受控于转子侧换流器与网侧换流器的调制动态。

在双馈感应发电机的次同步振荡能量演化机理中, 外部系统注入的端口次同步模态能量(W_{port})通过多物理场耦合作用转化为五种能量形式, 其中, W_{SSO} 为保守量, 周期积分为 0, 仅反映能量形态转换, 不贡献净阻尼; W_{diss} 提供基础正阻尼, 是系统稳定性的基石; W_{gen} 、 W_{conv} 与 W_{PE} 既可为正也可为负, 这意味着感应发电机、换流器系统和势能变化可能消耗或提供能量, 进而抑制或加剧次同步振荡。

分析结果表明, DFIG 系统的 SSO 稳定性由其多能量通道的竞争性交互决定, 当电阻耗散可以压制外部能量注入时, 系统表现为 SSO 耗散体; 弱电网或

控制失配时，换流器与感应发电机可能形成正反馈，使 DFIG 成为 SSO 源。

3.5.3 算例分析

在高压直流输电系统(LCC-HVDC)的次同步振荡(SSO)分析中，次同步模态能量(SSME)的端口能量流方向是判定系统是否为 SSO 源的核心依据。通过实时监测端口 SSME 的功率流向，可精准判定 LCC-HVDC 系统在次同步振荡中的角色(源或负载)。系统的 SSME 可以通过对端口 SSME 求和来计算。端口的 SSME 可以描述为

$$W_{port} = \int_0^t (\Delta U_{ix} \Delta I_{ix} + \Delta U_{iy} \Delta I_{iy} - \Delta U_{rx} \Delta I_{rx} - \Delta U_{ry} \Delta I_{ry}) ds$$

(3-64)

基于系统 SSME 的振荡能量分析方法如图所示：

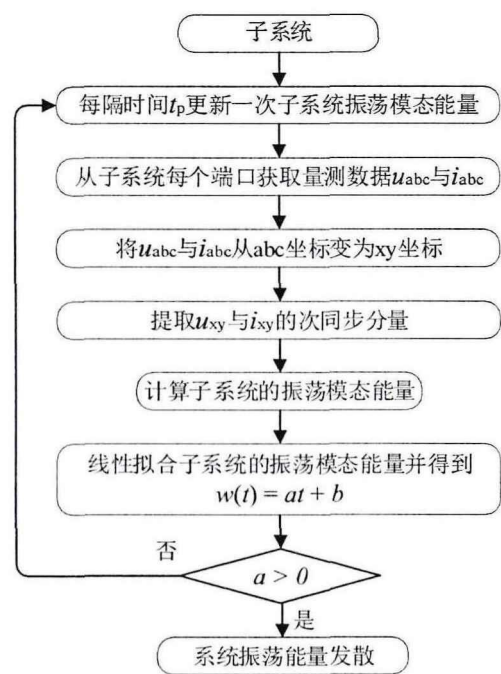


图 3-6 次同步振荡能量分析方法流程图

流程图中，斜率 a 表示系统 SSME 的方向。基于 SSME 的判据表述如下：

- 1) a>0 表示 SSME 由系统生成，系统产生次同步能量；
- 2) a<0 表示 SSME 被系统耗散，系统消耗次同步能量。

以我国某风电经 LCC-HVDC 送出系统为例搭建 PSCAD 仿真模型，验证所提方法的有效性。在 2s 时改变定电流控制参数，使 LCC-HVDC 系统发生振荡，此时直流电流波形以及直流电流中次同步分量如下图所示。

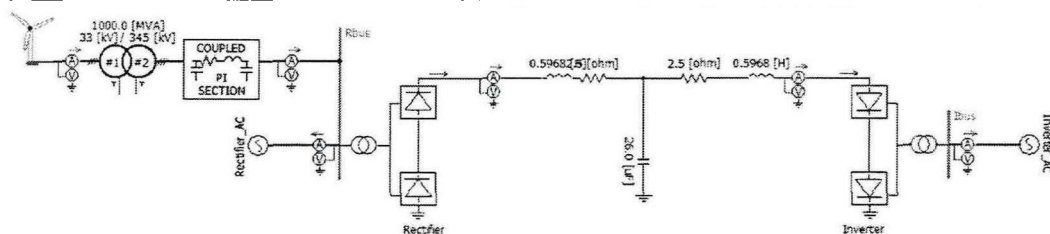


图 3-7 风电经 LCC-HVDC 送出系统结构图

(1) LCC-HVDC 能量特性

由前文分析可知，LCC-HVDC 系统的阻尼特性主要取决于换流器系统呈现正阻尼还是负阻尼，在 2s 时改变定电流控制参数，使 LCC-HVDC 系统发生振荡，此时直流电流波形以及直流电流中次同步分量如下图所示。

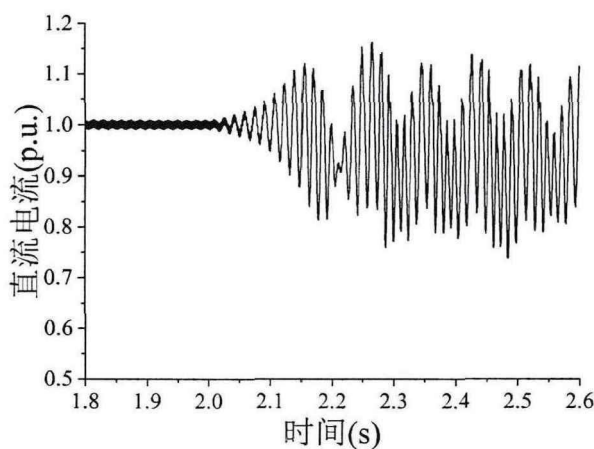


图 3-8 LCC-HVDC 直流电流波形

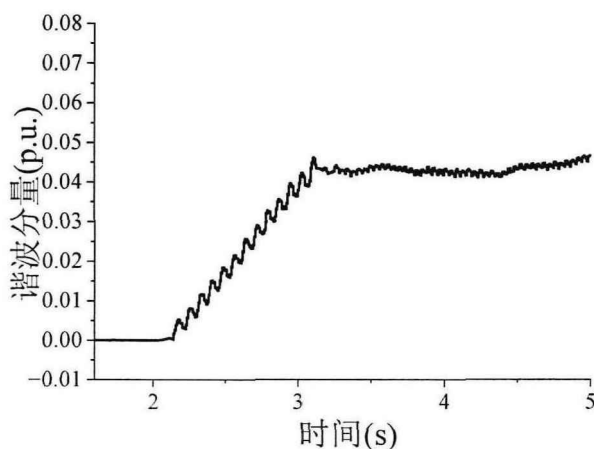


图 3-9 LCC-HVDC 直流电流次同步分量

此时对 LCC-HVDC 系统进行模态能量分析，对振荡模态能量进行拟合，可以观察到系统主导振荡模态的能量变化特征。拟合得到的振荡模态能量随时间变化的斜率大于 0，这表明 LCC-HVDC 系统在该振荡模式下呈现能量输出特性。从物理本质上解释，这种正斜率意味着系统在该频率下的动态过程中，其

等效阻抗呈现负阻尼特性，导致系统不断向电网注入振荡能量而非吸收能量。

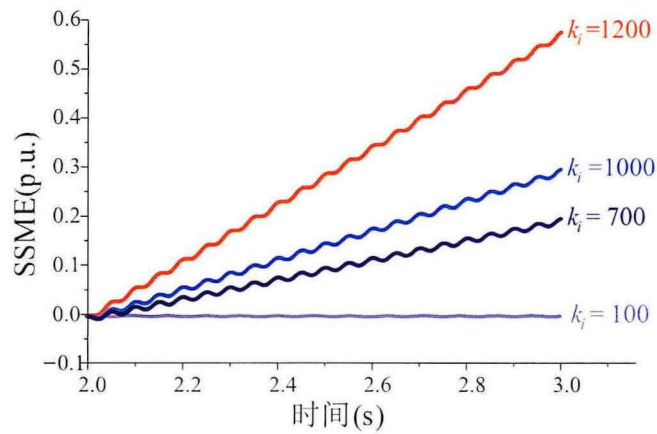


图 3-10 LCC-HVDC 系统模态能量

进一步研究发现，定电流控制器的参数整定质量对系统稳定性具有关键影响。当控制器的比例增益设置过高或积分时间常数过小时，会导致控制系统响应速度与调节精度失衡。具体表现为：一方面，过高的比例增益会放大测量噪声和扰动信号，使控制器输出产生高频振荡；另一方面，过小的积分时间常数会加剧相位滞后，导致控制系统的动态补偿能力下降。这种参数失配会显著加快 LCC-HVDC 系统模态能量的上升速率，其根本原因在于不合理的控制参数加剧了系统的负阻尼效应，使得振荡能量的积累速度呈指数增长趋势。

(2) DFIG 系统模态能量

DFIG 的阻尼特性与感应发电机、换流器系统和 SSME 势能变化有关，在 6.5s 时改变转子侧电流内环参数，使 DFIG 系统发生振荡，此时风机出口侧电流波形以及电流中次同步分量如下图所示。

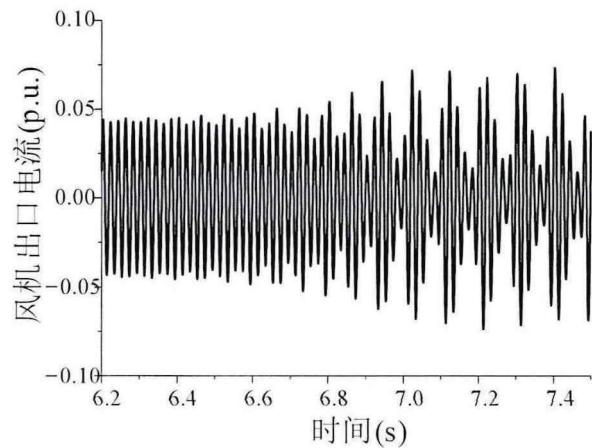


图 3-11 DFIG 出口电流波形

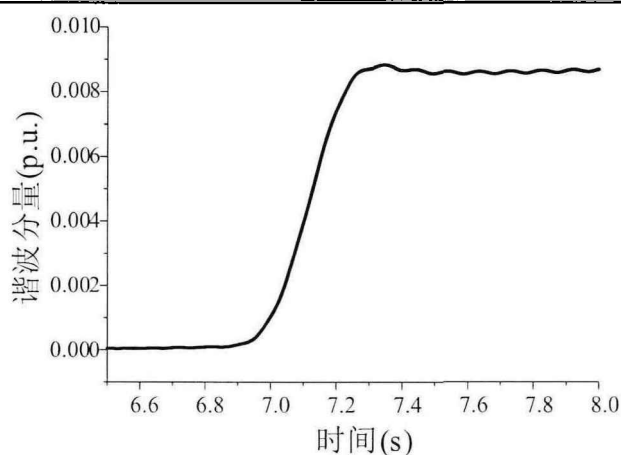


图 3-12 DFIG 出口电流次同步分量

此时对 DFIG 系统进行分析，可以发现拟合到的振荡模态能量斜率大于 0，说明 DFIG 系统此时发出振荡能量。

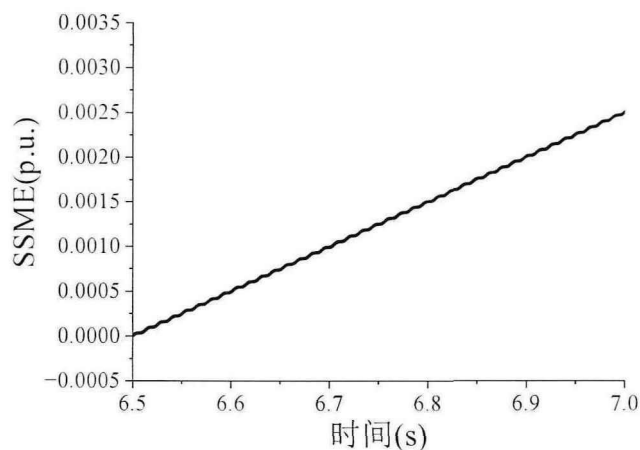


图 3-13 DFIG 系统模态能量

通过对双馈风电机组的暂态过程进行能量解析，可观测该系统的振荡模态能量斜率在次同步振荡时为正，揭示了 DFIG 正通过电磁耦合通道向电网持续注入次同步能量。这种异常能量交互的物理根源在于：转子侧锁相环动态失稳导致电流调节器在次同步频段相位滞后，使得变流器等效导纳呈现的正电阻特性，从而将转子动能转化为增幅型电磁振荡。这从能量维度揭示了高比例新能源电网宽频振荡的激发机制。

在风机经直流送出系统发生振荡时，对系统能量进行分析：

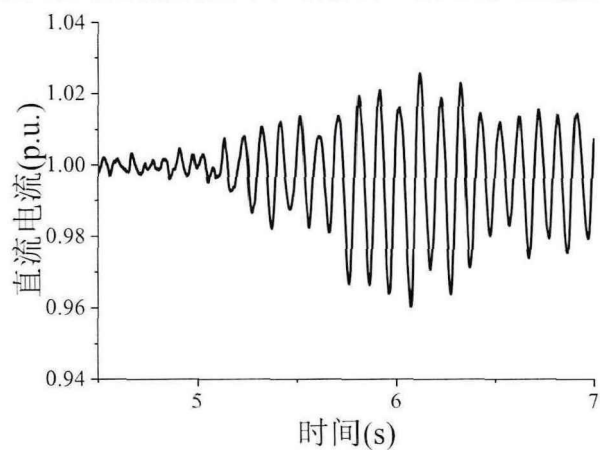


图 3-14 送出系统直流电流

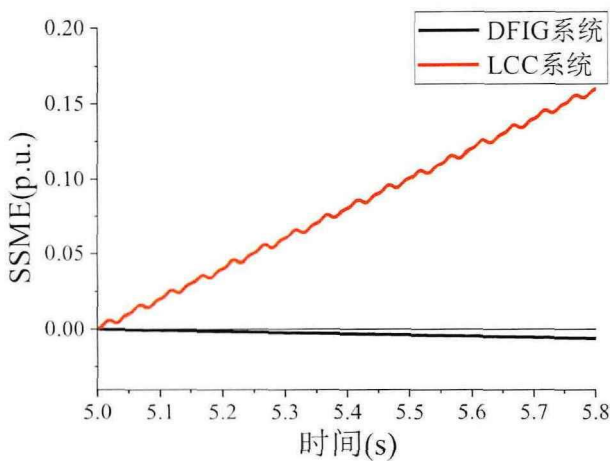


图 3-15 送出系统振荡模态能量

在送端交流电网支撑能力较弱时，系统会发生次同步振荡，此时对送出系统振荡模态能量进行分析，由模态能量分析结果可以看出，DFIG 系统拟合到的振荡模态能量斜率小于 0，表示 DFIG 系统此时消耗 SSME，系统吸收振荡能量；而 LCC-HVDC 系统拟合到的振荡模态能量斜率大于 0，表示 LCC-HVDC 系统此时发出 SSME，系统发出振荡能量。可以看出，LCC-HVDC 系统 SSME 的上升斜率明显大于 DFIG 系统的下降斜率，因此导致了次同步模态能量在系统内不断累积，最终导致了系统振荡失稳。由前文 LCC-HVDC 模态能量分析可知，LCC-HVDC 的模态能量特性主要与换流器系统的模态能量特性有关，因此送出系统发生振荡时，其主要原因是 LCC-HVDC 换流器系统控制参数不匹配导致系统呈现负阻尼特性。

3.6 本章小结

本章基于哈密顿理论，进行了送出系统次同步模态能量的分析与构建。首先基于哈密顿理论，提出了适用于次同步振荡分析的 SSME 方法。其次，基于 LCC-HVDC 与 DFIG 系统数学模型，建立相应的端口受控哈密顿模型。最后分析了 LCC-HVDC 与 DFIG 系统的 SSME 特性，得出 LCC-HVDC 的换流器系统，DFIG 系统的感应发电机、换流器系统和 SSME 势能变化是引起系统发出振荡能量的主要原因。对送出系统的模态能量进行分析，得出 LCC-HVDC 系统换流器 PI 参数失配会显著加快 LCC-HVDC 系统模态能量的上升速率，加剧系统的负阻尼效应，使得系统振荡能量积累。

第 4 章 LCC-HVDC 能量整形与阻尼协同控制

4.1 引言

由送出系统模态能量分析可知,在次同步模态下,LCC-HVDC 系统 SSME 的上升斜率明显大于 DFIG 系统的下降斜率,此时 DFIG 系统提供的正阻尼无法抵消由 LCC-HVDC 系统提供的负阻尼,导致了次同步模态能量在系统内不断累积,致使系统振荡失稳。因此需要在 LCC-HVDC 系统中采取抑制措施提升系统的稳定性。本章构建具有非线性无源特性的 IDA-PBC 主控制器并在 IDA-PBC 架构中嵌入次同步阻尼控制器(Sub-Synchronous Damping Controller, SSDC)环节提升系统的稳态性能及振荡抑制能力。

4.2 LCC-HVDC 端口受控耗散系统模型建立

选取直流线路模型建立端口受控哈密顿系统模型,直流线路模型由前文可得:

$$\begin{cases} L_d \dot{I}_{dr} = -R_d I_{dr} - U_d + U_{dr} \\ C_d \dot{U}_d = I_{dr} - I_{di} \\ L_d \dot{I}_{di} = -R_d I_{di} + U_d - U_{di} \end{cases} \quad (4-1)$$

定义 LCC-HVDC 的状态向量、输入向量、输出向量分别是

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d I_{dr} \\ C_d U_d \\ L_d I_{di} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} I_{dr} \\ U_d \\ I_{di} \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

$$gu = \begin{bmatrix} U_{dr} \\ 0 \\ -U_{di} \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} U_{dr} \\ U_{di} \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

$$y = \begin{bmatrix} I_{dr} \\ -I_{di} \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

$$D = \text{diag}\{L_d \quad C_d \quad L_d\} \quad (4-6)$$

取 LCC-HVDC 的广义哈密顿系统能量函数如下

$$H(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x_1^2}{L_d} + \frac{x_2^2}{C_d} + \frac{x_3^2}{L_d} \right) = \frac{1}{2} (L_d \Delta I_{dr}^2 + C_d \Delta U_d^2 + L_d \Delta I_{di}^2) \quad (4-7)$$

对 x 求偏导数, 可得

$$\frac{\partial H(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{L_d} & \frac{x_2}{C_d} & \frac{x_3}{L_d} \end{bmatrix}^T = [I_{dr} \quad U_d \quad I_{di}]^T \quad (4-8)$$

由式(4-1)到(4-8), 可推出 LCC-HVDC 的 PCHD 模型如下

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_d & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -R_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ U_d \\ I_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{dr} \\ U_{di} \end{bmatrix} \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ U_d \\ I_{di} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4-9)$$

其中

$$J(x) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

$$R(x) = \begin{bmatrix} R_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_d \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

由式(4-10)和式(4-11)可知, $J(x)$ 是反对称矩阵, 反映了直流线路中的能量交换特性; $R(x)$ 是半正定矩阵, 反映了直流线路中能量的耗散特性。该模型满足 PCHD 系统的端口特性, 即互联与阻尼特性。

4.3 IDA-PBC 控制器设计

4.3.1 控制器设计

达到平衡状态时, 所有的微分部分为零, 则平衡点为

$$x_0 = [x_{10} \quad x_{20} \quad x_{30}]^T = [L_d I_{dr0} \quad C_d U_{d0} \quad L_d I_{di0}]^T \quad (4-12)$$

此时可求得平衡点处对应的输入

$$\begin{cases} U_{dr0} = U_{d0} + R_d I_{dr0} \\ I_{dr0} = I_{di0} \\ U_{di0} = U_{d0} - R_d I_{di0} \end{cases} \quad (4-13)$$

根据 PCHD 模型建立，取期望的哈密顿函数为

$$H_d(x) = \frac{1}{2}(x - x_0)^T D^{-1}(x - x_0) \quad (4-14)$$

对其进行偏导数和二次偏导数求解

$$\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} = D^{-1}(x - x_0), \quad \frac{\partial^2 H_d(x)}{\partial x^2} = D^{-1} \quad (4-15)$$

将式(4-2)和(4-12)代入式(4-14)，可得期望的哈密顿函数可表示为

$$H_d(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_d} (x_1 - x_{10})^2 + \frac{1}{C_d} (x_2 - x_{20})^2 + \frac{1}{L_d} (x_3 - x_{30})^2 \right] \quad (4-16)$$

则可得

$$\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 - x_{10}}{L_d} & \frac{x_2 - x_{20}}{C_d} & \frac{x_3 - x_{30}}{L_d} \end{bmatrix}^T \quad (4-17)$$

外界供给的能量函数表达式为

$$\frac{\partial H_a(x)}{\partial x} = \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} - \frac{\partial H(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} -\frac{x_{10}}{L_d} & -\frac{x_{20}}{C_d} & -\frac{x_{30}}{L_d} \end{bmatrix}^T \quad (4-18)$$

设互联矩阵的配置矩阵 $J_a(x)$ 和系统注入的阻尼矩阵 $R_a(x)$ 如下

$$J_a(x) = \begin{bmatrix} 0 & J_{12} & J_{13} \\ -J_{12} & 0 & -J_{23} \\ -J_{13} & J_{23} & 0 \end{bmatrix}, \quad R_a(x) = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix} \quad (4-19)$$

其中 J_{12} 、 J_{13} 、 J_{23} 是互联矩阵的配置矩阵的配置参数； r_1 、 r_2 为系统注入的阻尼矩阵的阻尼系数。

可得 $J_d(x) = J(x) + J_a(x) = -J_d^T(x)$ ， $R_d(x) = R(x) + R_a(x) = R_d^T(x) \geq 0$ ，满足结构保留的条件。

再由式可知

$$[J_d(x) - R_d(x)] \frac{\partial H_a(x)}{\partial x} = -[J_a(x) - R_a(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x) u_a(x) \quad (4-20)$$

即：

$$\begin{bmatrix} -R_d & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -R_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r_1 & J_{12} & J_{13} \\ -J_{12} & 0 & -J_{23} \\ -J_{13} & J_{23} & -r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_{dr0} \\ -U_{d0} \\ -I_{di0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & -J_{12} & -J_{13} \\ J_{12} & 0 & J_{23} \\ J_{13} & -J_{23} & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ U_d \\ I_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{dr\alpha} \\ U_{di\alpha} \end{bmatrix} \quad (4-21)$$

整理可得：

$$\begin{cases} R_d I_{dr0} + U_{d0} + r_1 I_{dr0} - J_{12} U_{d0} - J_{13} I_{di0} = r_1 I_{dr} - J_{12} U_d - J_{13} I_{di} + U_{dr\alpha} \\ -I_{dr0} + I_{di0} + J_{12} I_{dr0} + J_{23} I_{di0} = J_{12} I_{dr} + J_{23} I_{di} \\ -U_{d0} + R_d I_{di0} + J_{13} I_{dr0} - J_{23} U_{d0} + r_2 I_{di0} = J_{13} I_{dr} - J_{23} U_d + r_2 I_{di} - U_{di\alpha} \end{cases} \quad (4-22)$$

上式恒成立时，有 $J_{12} = J_{23} = 0$ ，则上式化简为

$$\begin{cases} U_{dr\alpha} = U_{dr0} - r_1 (I_{dr} - I_{dr0}) + J_{13} (I_{di} - I_{di0}) \\ U_{di\alpha} = U_{di0} + r_2 (I_{di} - I_{di0}) + J_{13} (I_{dr} - I_{dr0}) \end{cases} \quad (4-23)$$

对互联矩阵的配置矩阵的配置参数进行选择时，根据 LCC-HVDC 接口方程表达式可知

$$\begin{aligned} U_{dr} &= 1.35B \cdot T_r \cdot E_r \cdot \cos \alpha_r - B \cdot R_{cr} \cdot I_d \\ &= T_r U_{r(0)} \cos \alpha_r - R_{cr} I_{dr} \end{aligned} \quad (4-24)$$

可以得到 LCC-HVDC 阻尼配置控制律为：

$$T_r U_{r(0)} \cos \alpha_r - R_{cr} I_{dr} = T_r U_{r(0)} \cos \alpha_{r0} - R_{cr} I_{dr0} - r_1 (I_{dr} - I_{dr0}) + J_{13} (I_{di} - I_{di0}) \quad (4-25)$$

$$\alpha_r = \arccos \left(\frac{T_r U_{r(0)} \cos \alpha_{r0} - R_{cr} I_{dr0} - r_1 (I_{dr} - I_{dr0}) + J_{13} (I_{di} - I_{di0}) + R_{cr} I_{dr}}{T_r U_{r(0)}} \right) \quad (4-26)$$

4.3.2 算例分析

在 PSCAD 下搭建 IDA-PBC 控制器进行实验分析，来验证该控制策略的可行性。直流系统稳态运行时的参数可以测得，如下表所示：

表 4-1 直流系统稳态运行数据

名称	数值
整流侧直流功率 P_d/MW	986.6
整流侧直流电压 U_{dr}/kV	493.5
整流换流变理想空载电压 U_{r0}/kV	536.0
直流电流 I_{dr}/kA	2.0
整流侧触发角 $\alpha/^\circ$	20.24
换流器等效电抗 R_{Cr}/Ω	0.2443

搭建的系统控制模型如图 4-1 所示：

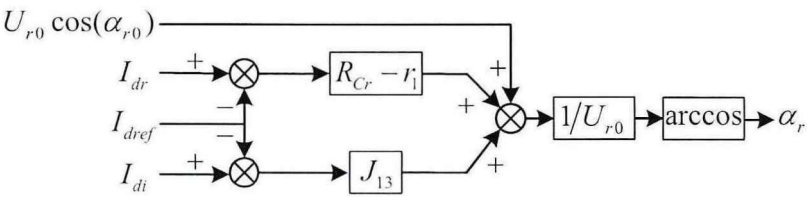


图 4-1 IDA-PBC 控制系统模型

通过合理配置 IDA-PBC 控制参数，可以使 IDA-PBC 控制在稳态时与 PI 控制达到相同效果。

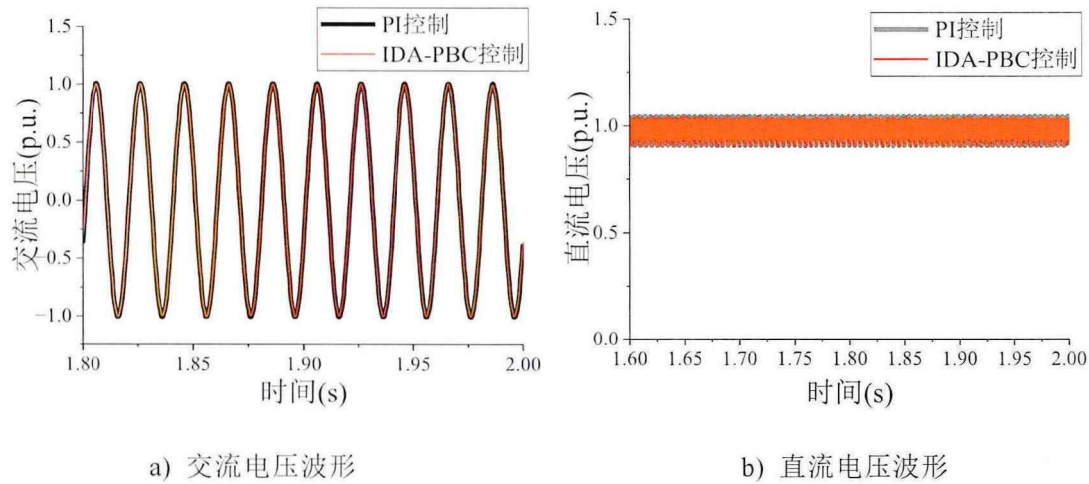


图 4-2 系统稳态工况对比

通过对比系统在 IDA-PBC 和传统 PI 控制下的稳态运行工况，可观测到两者在交直流电压波形特征上呈现高度一致性。图 4-2 所示的交流侧电压波形中，两种控制策略下的基波分量均稳定在 1.0p.u.；直流侧电压在额定运行点波动幅度均小于 10%。这表明在平衡工作点附近，基于能量整形原理的 IDA-PBC 通过构造恰当的耗散结构，其闭环系统的 Lyapunov 函数在稳态时收敛至期望平衡点，从而在电压控制精度方面达到了与传统 PI 控制相当的效果。

在整流站设置换流母线单相及三相接地故障,对比分析 PI 控制和 IDA-PBC 控制在故障下的响应:

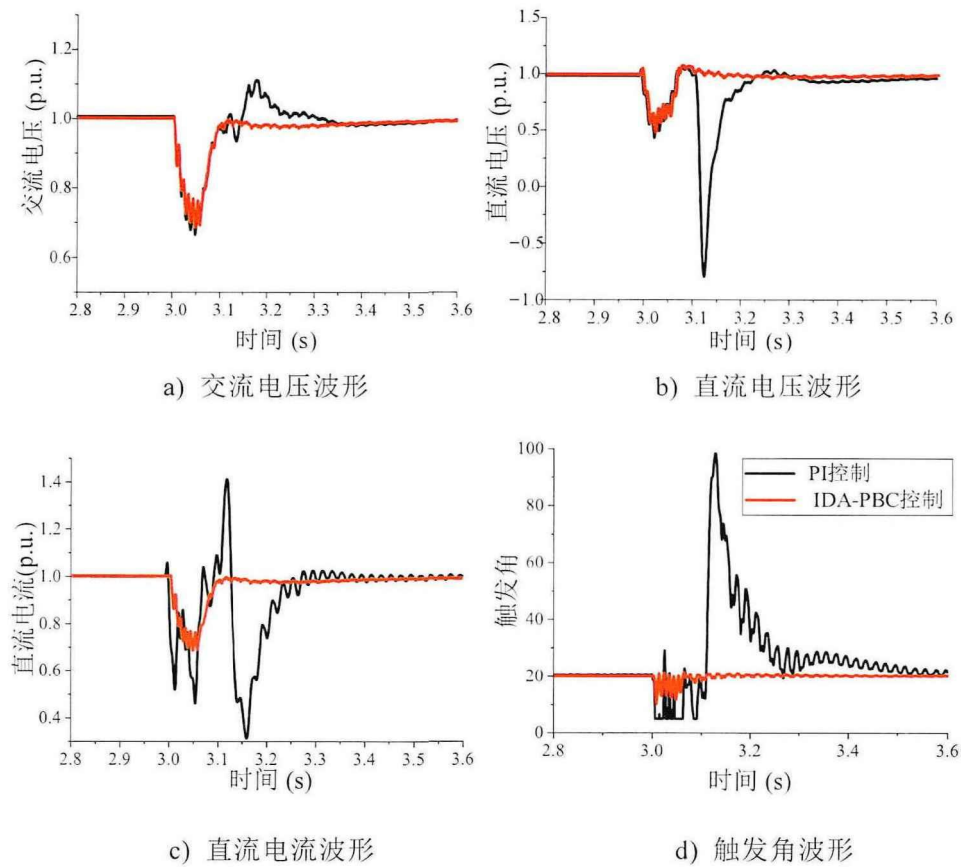
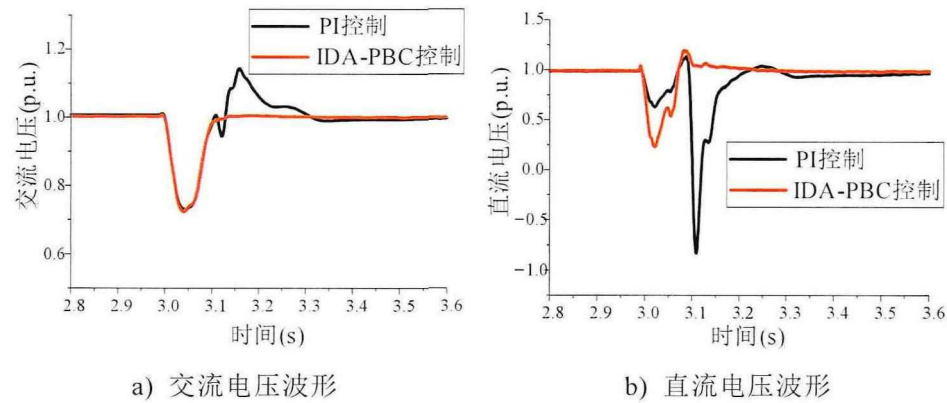


图 4-3 系统单相短路工况对比

两者的动态特性差异在暂态过程中显著显现。如图 4-3 的对比所示,当送端母线发生单相短路故障时,IDA-PBC 凭借其能量流全局整形能力,使交流电压超调量降低 0.1p.u.以上,调节时间缩短 0.2s;避免了系统出现换相失败。



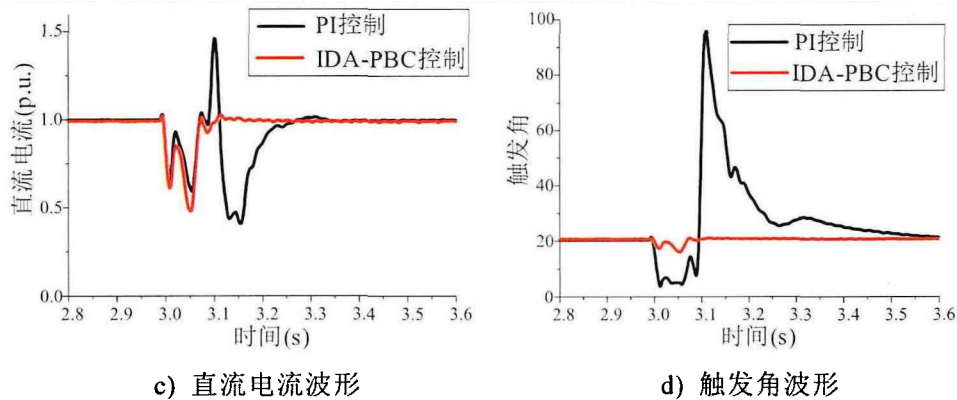


图 4-4 系统三相短路工况对比

当送端母线发生三相短路故障时，交流电压超调量降低 0.1p.u.以上，调节时间缩短 0.2s；避免了系统出现过电压及直流电流超调。

这种暂态优势源于 IDA-PBC 在控制设计中内嵌了系统的物理能量结构：通过配置恰当的互联矩阵 $J(x)$ 和阻尼矩阵 $R(x)$ ，将系统的哈密顿函数重构为期望的耗散形式，使得暂态能量能够沿预设路径快速耗散，保持了系统的无源性。相较之下，PI 控制，其固定增益参数难以适应系统工作点的迁移，在参数失配时会出现积分饱和或相位裕度不足等问题，难以实现能量流的定向引导。

4.4 能量整形与阻尼补偿的复合控制策略

由前文分析可知，LCC-HVDC 在次同步模态下容易发出 SSME，导致系统失稳，而 IDA-PBC 控制的分析基于线性化模型，仅适用于平衡点附近。此时，单独依赖 IDA-PBC 的全局能量整形虽能保证大信号稳定性，但在次同步频段难以有效抑制 SSME 引发的增幅振荡。为此，提出在 IDA-PBC 框架内嵌次同步阻尼控制器(SSDC)的复合控制架构。对系统次同步振荡进行进一步抑制。

4.4.1 控制器设计

具体而言，该复合控制架构包含两个核心模块(如图 4-5)：首先，基于端口哈密顿理论的 IDA-PBC 主控制器，通过能量整形构造期望的阻尼特性，确保系统在功角大扰动下的全局稳定性；其次，针对次同步频段设计的 SSDC 子系统，采用相位补偿技术，在次同步频带内构建附加阻尼通道。理论分析表明，SSDC 通过注入与振荡模态相关调制信号，可有效改变换流器等等效导纳的虚部特性，从而降低关键模态的阻尼比。

本文提出的改进 IDA-PBC 控制架构如图 4-5 所示，在稳态工况下，当系统不存在次同步振荡时，SSDC 的输入信号经带通滤波后理论值为零，此时控制器处于静默状态。这种设计特性使得 SSDC 的附加作用严格限定在次同步动态

过程中，从频域维度实现了与基波控制回路的动态解耦。从无源性理论视角分析，由于 SSDC 仅在暂态过程产生控制作用，不会改变系统的平衡点设置，因而维持了端口哈密顿系统原有的无源性条件完，全保留了 IDA-PBC 控制器基于能量整形的固有特性，因此无需重新设计 IDA-PBC 控制器。

SSDC 环节通过多环节协同工作机制实现次同步阻抗特性的主动重塑：以直流电流次同步分量波动作为反馈信号输入，经中心频率可调的带通滤波器提取目标模态分量后，进入由定常增益与相位补偿网络构成的校正环节，该复合调节模块可提升目标频段的相位裕度，经过限幅处理的控制信号，最终叠加至 LCC-HVDC 换流器的触发角控制回路，通过调制换流阀导通时序改变系统等效次同步阻抗，从而增强系统正阻尼特性。

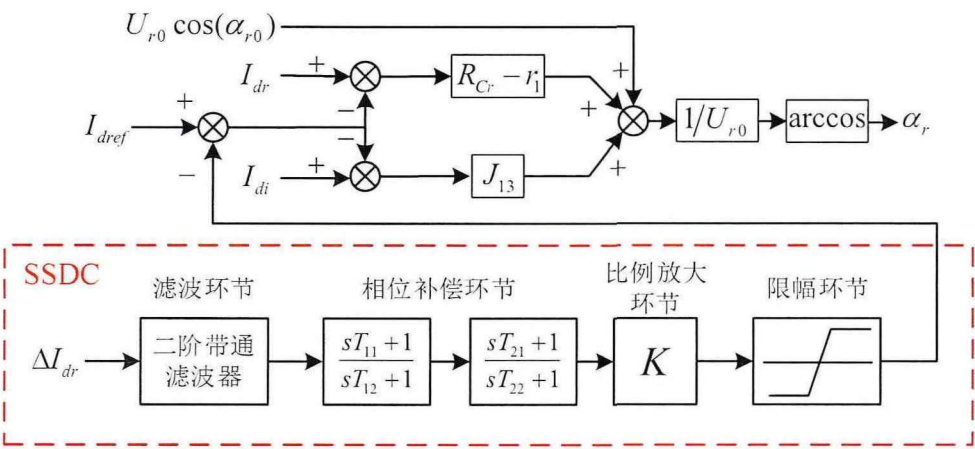


图 4-5 改进 IDA-PBC 控制结构

在次同步阻尼控制器(SSDC)的设计中，定常增益与超前-滞后相位补偿环节的协同作用直接决定了系统对次同步振荡的抑制效能。定常增益作为核心放大系数，其数值设定需基于目标阻尼比与系统开环频率响应特性进行优化。通过奈奎斯特稳定性分析可知，增益的选取需满足闭环传递函数的极点始终位于复平面左半侧。

相位补偿环节采用超前-滞后校正网络，其核心功能在于修正控制回路在次同步频段的相位滞后并拓展带宽。超前部分通过提供相位超前量，补偿锁相环及电流控制器的固有延迟，使得次同步信号在反馈回路中的总相位偏移趋近于零，从而避免负阻尼效应；滞后部分则对高频噪声施加衰减梯度，确保控制信号的纯净度。通过波特图分析可知，该复合校正网络在目标频段内可实现的相位误差与增益波动，显著优于传统比例积分控制器的性能。

$$G(s)=\frac{(\alpha T_1s+1)(\beta T_2s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \tag{4-27}$$

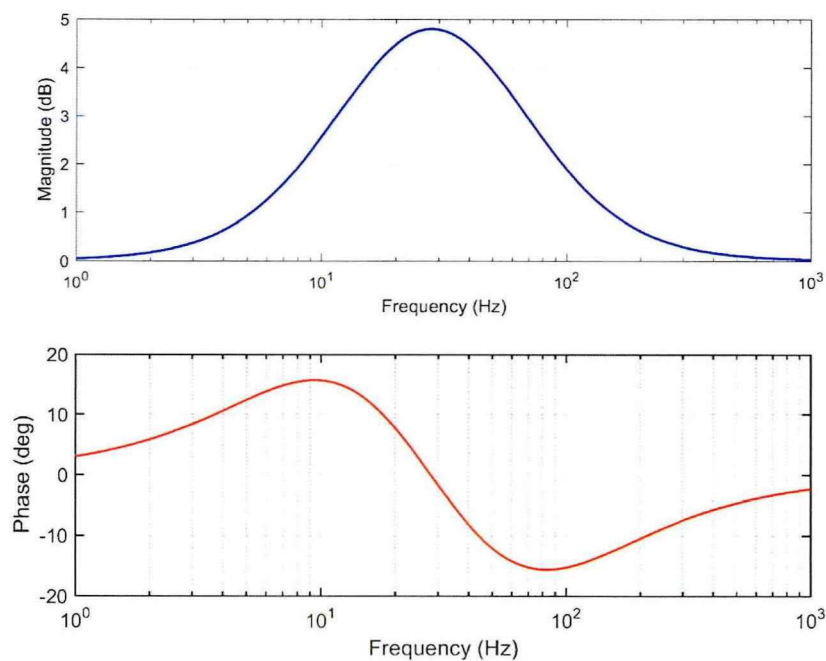


图 4-6 超前-滞后环节波特图

由图 4-6 可以看出，在次同步阻尼控制器(SSDC)的频域设计中，超前-滞后补偿环节通过其选择性增益放大与相位校正功能，精准作用于目标次同步频段，实现对振荡能量的定向抑制。在次同步频率范围内，该补偿器可以有效补偿锁相环与电流控制器的固有延迟，消除负阻尼风险。在低高频率段相位影响较小，从而不会对低频和高频特性产生影响。在非目标频段的相位偏移量小，避免干扰电网频率调节或引发高频谐振。

4.4.2 算例分析

在整流站交流侧对系统施加强迫振荡，验证系统在次同步频段的能量特性，

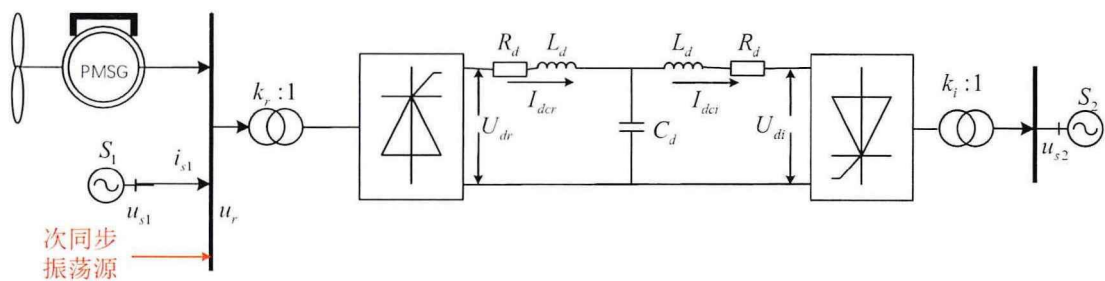


图 4-7 次同步振荡注入

由前文推导可知，系统的 SSME 可以通过对端口 SSME 求和来计算。LCC-HVDC 系统的 SSME 可以描述为

$$W_{port} = \int_0^t (\Delta U_{ix} \Delta I_{ix} + \Delta U_{iy} \Delta I_{iy} - \Delta U_{rx} \Delta I_{rx} - \Delta U_{ry} \Delta I_{ry}) ds \tag{4-28}$$

所得到的系统振荡模态能量特性如图 4-8 所示

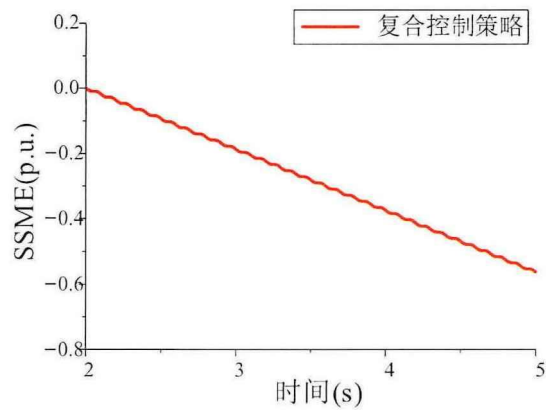


图 4-8 系统振荡模态能量

在 2s 时对系统施加强迫振荡源，通过振荡模态能量分析，验证了复合控制策略的次同步振荡机理。如图 4-8 所示，向送端换流母线注入强迫振荡源后，此时系统动态响应呈现显著的能量耗散特性。具体表现为：在时域波形中，通过构建 SSME 能量函数，可观察到系统在 2-5s 期间振荡模态能量斜率为负能，该负值明确表征了系统在次同步频段的正阻尼特性。

从物理机制层面解释，这种能量耗散现象源于 SSDC 的主动阻尼注入效应。当强迫振荡激励产生时，模态识别模块准确锁定振荡分量，随后 SSDC 注入相位滞后的补偿电流，其作用等效于在系统导纳矩阵中增加了实部为负的虚拟阻抗，从而将振荡动能转化为换流器桥臂的等效电阻损耗。验证了控制架构参数设计的合理性。

进一步检测 IDA-PBC 控制对系统次同步振荡的抑制作用，在弱送端高压直流输电系统的整流侧换流母线施加短时三相短路故障，引发次同步振荡，实验结果如图 4-9 所示

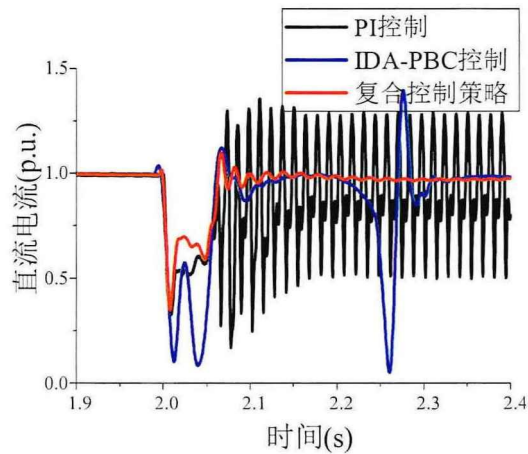


图 4-9 次同步振荡抑制效果

通过对比传统 PI 控制与 IDA-PBC 在暂态故障下的动态响应，揭示了两种控制策略在次同步振荡抑制机理上的本质差异。仿真实验表明，当系统遭遇三相短路故障时，传统 PI 控制在故障清除后由于频域阻尼缺失、能量交互失配及动态响应迟滞等固有缺陷，导致系统出现次同步振荡。具体而言，PI 控制器的比例-积分特性使其在次同步频段呈现负阻尼特性，使得换流器与交流电网在次同步频段形成能量正反馈环，最终引发失稳。相比之下，在复合控制架构(IDA-PBC+SSDC)下，SSDC 注入的补偿电流与 IDA-PBC 的强耗散机制形成协同，进一步提升关键模态阻尼比，最终使次同步振荡在 1s 内完全衰减，验证了"全局耗散+局部增强"分层控制电力电子系统稳定性调控中的有效性。

4.5 本章小结

本章针对提升高压直流输电系统的动态鲁棒性，提出基于能量整形理论的改进型复合控制策略。首先在端口受控哈密顿(PCH)系统框架下，构建具有非线性无源特性的 IDA-PBC 主控制器，通过配置惯性矩阵与阻尼矩阵实现系统能量流形的全局稳定性塑造。实验验证表明，该控制器在稳态工况下可实现与经典 PI 控制相当的电压调节精度，而在单相接地短路故障场景中，其暂态过程收敛速度较 PI 控制缩短 0.2s，且恢复过程中直流电压超调量降低 0.1p.u.，展现出更优的非线性适应能力。为进一步增强次同步振荡抑制性能，在 IDA-PBC 架构中嵌入多模态阻尼增强模块 SSDC，通过实时提取换流母线电压的次同步分量，采用相位补偿，生成与振荡模态正交的补偿电流，提高系统次同步阻尼。实验数据表明，该复合控制策略可使次同步振荡能量耗散率提升，促使弱送端系统在遭遇功率扰动时，次同步电流分量在 0.5s 内衰减至初始幅值的 5%以下，有效突破了传统线性控制在强非线性工况下的稳定性瓶颈。

第 5 章 结论与展望

5.1 全文总结

在大规模风电经高压直流输电系统送出系统中，为提高风电利用率，维持电力系统稳定性，本文从能量角度探究风电送出系统。首先，从理论层面基于 Hamilton 理论分析送出系统的能量特性。其次，基于哈密顿原理设计改进的 IDA-PBC 控制并在 PSCAD 平台搭建仿真验证。本文主要内容及结论如下：

基于适用于次同步振荡分析的模态能量法，从送出系统的数学模型出发，分别构建了 LCC-HVDC 系统与 DFIG 系统的端口受控哈密顿模型，并对系统的次同步模态能量特性进行解构与分析。通过分析系统的能量分布，得出 LCC-HVDC 系统的定电流控制器的参数整定质量对系统稳定性具有关键影响。当控制器的比例增益设置过高或积分时间常数过小时，会导致控制系统响应速度与调节精度失衡，显著加快 LCC-HVDC 系统模态能量的上升速率，其根本原因在于不合理的控制参数加剧了系统的负阻尼效应，使得振荡能量在系统内积累。

设计了基于哈密顿原理的改进 IDA-PBC 控制策略，首先在端口受控哈密顿 (PCH) 系统框架下，构建具有非线性无源特性的 IDA-PBC 主控制器，通过配置惯性矩阵与阻尼矩阵实现系统能量流形的全局稳定性塑造。为进一步增强次同步振荡抑制性能，设计了改进 IDA-PBC 控制，在 IDA-PBC 架构中嵌入次同步阻尼增强模块 SSDC，提高系统次同步阻尼。

在 PSCAD 平台下进行仿真实验，结果表明，该控制器在稳态工况下可实现与经典 PI 控制相当的电压调节精度，而在单相接地短路故障场景中，其暂态过程收敛速度较 PI 控制缩短 0.2s，且恢复过程中直流电压超调量降低 0.1p.u.，展现出更优的非线性适应能力。在次同步模态下，该复合控制策略可使次同步振荡能量耗散率提升；在弱送端系统遭遇功率扰动时，次同步电流分量在 0.5s 内衰减至初始幅值的 5% 以下，有效突破了传统线性控制在强非线性工况下的稳定性瓶颈。

5.2 研究展望

本文在以下几方面仍有进一步研究的空间：

(1) 本文构建的算例模型通过合理的参数简化与理想化假设，能够有效验证 IDA-PBC 控制的核心机理与基本控制逻辑。然而，若要将该控制策略真正部署于实际高压直流输电系统，仍需要建立更详细的模型并进行多层级、多尺度的验证。

(2) 在基于 Hamilton 控制理论的控制器设计中，能量函数的构造不仅是理论框架的数学基础，更是决定系统动态性能与稳定性的物理核心。当前研究多采用自然能量函数（如机电系统动能与势能之和）或人工势场构造的 Lyapunov 类函数，但这类方法在应对强非线性、多时间尺度耦合的实际工程系统时存在显著局限性。

参考文献

- [1] 国家统计局 2024 年全国年度统计公报. https://www.stats.gov.cn/sj/zxfb/202502/t20250228_1958817.html
- [2] 石小飞. 加快新型电力系统战略研究——访中国工程院院士、全球能源互联网研究院院长汤广福[J]. 国家电网, 2021, (05): 21-23.
- [3] 丁剑, 方晓松, 宋云亭, 等. 碳中和背景下西部新能源传输的电氢综合能源网构想[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(24): 1-9.
- [4] Yunfeng L, Guangfu T, Jun G, et al. Modeling and Damping Control of Modular Multilevel Converter Based DC Grid[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1): 723-735.
- [5] 徐政. 交直流电力系统动态行为分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 61-64.
- [6] 李国庆, 姜伟涛, 辛业春, 等. LCC-MMC 型混合直流输电系统送端交流故障穿越控制策略[J]. 电网技术, 2021, 45(07): 2586-2595.
- [7] 肖亮, 王国腾, 徐雨哲, 等. LCC-MMC 混合多端直流输电系统的潮流计算和机电暂态建模方法[J]. 高电压技术, 2019, 45(8): 2578-2586.
- [8] Rahimi E, Gole A M, Davies J B, et al. Commutation Failure in Single- and Multi-Infeed HVDC Systems[C] The 8th IEE International Conference on AC and DC Power Transmission. IET, 2006: 182-186.
- [9] 辛保安, 郭铭群, 王绍武, 等. 适应大规模新能源友好送出的直流输电技术与工程实践[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(22): 1-8.
- [10] 刘晓颖. 风光水打捆经常规直流送出系统的功率传输能力研究[D]. 华北电力大学(北京), 2024.
- [11] Adams J, Carter C, Huang S H. ERCOT experience with sub-synchronous control interaction and proposed remediation[C] //PES T&D 2012. IEEE, 2012: 1-5.
- [12] 薛峰, 吴家龙, 崔晓丹, 等. 基于阻抗辨识的沽源地区风电并网系统次同步振荡控制策略[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(05): 200-207.
- [13] 王亮, 谢小荣, 姜齐荣, 等. 大规模双馈风电场次同步谐振的分析与抑制[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(22): 26-31.
- [14] Narendra K, Fedirchuk D, Midence R, et al. New microprocessor based relay to monitor and protect power systems against sub-harmonics[C] //2011 IEEE Electrical Power and Energy Conference. IEEE, 2011: 438-443.

- [15]李立涅, 洪潮. 贵广二回直流输电系统次同步振荡问题分析[J]. 电力系统自动化, 2007, (07): 90-93.
- [16]张瑞, 甘战, 陈慧. 同塔双回直流融冰装置感应电压分析与应对措施[J]. 云南电力技术, 2021, 49(05): 61-65.
- [17]张鹏, 林睿, 陈立. 兴安直流系统一起双极跳闸事故分析[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(02): 104-107.
- [18]刘承锡, 韩江北, 尚磊, 等. 能量视角下的新能源外送系统宽频振荡机理建模与量化分析综述[J]. 电网技术, 2023, 47(10): 3980-3993. DOI: 10.13335/j.1000-3673.pst.2023.0635.
- [19]Arjan van der Schaft. L2-Gain and passivity techniques in nonlinear control[M]. Springer-Verlag, London,2000.
- [20]Yuzhen Wang, Daizhen Cheng, Chunwei Li, et al, Dissipative Hamiltonian realization and energy-Based L2-Disturbance attenuation control of mult machine power systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2003,48(8): 1428-1433
- [21]刘进, 于海生, 魏晓晨, 等. 异步电动机的端口受控哈密顿控制与 L2 增益扰动抑制[J]. 电机与控制应用, 2010, 37(10): 10-15+39.
- [22]Ostadi A, Yazdani A, Varma R K. Modeling and stability analysis of a DFIG-based wind-power generator interfaced with a series-compensated line[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2009, 24(3): 1504-1514.
- [23]王康, 金字清, 甘德强, 等. 电力系统小信号稳定分析与控制综述[J]. 电力自动化装备, 2009, 29(5): 10-19.
- [24]Hu Y, Bu S Q, Zhou B, et al. Impedance-based oscillatory stability analysis of high power electronics-penetrated power systems—A survey[J]. IEEE Access, 2019, 7: 120774-120787.
- [25]Lu X, Du X, Wang H. A discussion of eigenvalue-based and impedance-based methods in VSC system[C]. IEEE International Electrical and Energy Conference, 2021: 1-5.
- [26]赵书强, 常鲜戎, 潘云江, 等. 多机系统低频振荡模式阻尼分配规律分析[J]. 电网技术, 1999, 23(7): 26-27.
- [27]占颖, 吴琛, 谢小荣, 等. 风电并网系统次同步振荡的频域模式分析[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(18): 90-97.
- [28]杨黎晖, 马西奎. 双馈风电机组对电力系统低频振荡特性的影响[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(10): 19-25.
- [29]何秀强, 耿华, 杨耕, 等. 接入 LCC-HVDC 的双馈风电场孤岛启动与并网控制策略[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(09): 99-107+124.

- [30] 郝亚峰, 梁军, 王克文, 等. 弱电网下风电有功出力对次同步振荡特性影响分析及参数调整[J]. 电网技术, 2021, 45(7): 2752-2765.
- [31] 杨京, 王彤, 毕经天, 等. 含直驱风电机组的电力系统次同步振荡鲁棒阻尼控制[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(03): 56-65.
- [32] Shao B B, Zhao S Q, Gao B F, et al. Adequacy of the single-generator equivalent model for stability analysis in wind farms with VSC-HVDC systems[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2021, 36(2): 907-918.
- [33] 张辰, 柯德平, 孙元章. 双馈风电机组附加阻尼控制器与同步发电机 PSS 协调设计[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(08): 30-37.
- [34] Hu J B, Zhu J, Wan M. Modeling and analysis of modular multilevel converter in DC voltage control timescale[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(8): 6449-6459.
- [35] Sun J. Impedance-based stability criterion for grid-connected inverters[J]. Power Electronics, 2011, 26(11): 3075-3078.
- [36] Du W J, Fu Q, Wang H F. Small-signal stability of an AC/MTDC power system as affected by open-loop modal coupling between the VSCs[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(3): 3143-3152.
- [37] 陈杰, 闫震宇, 赵冰, 等. 下垂控制三相逆变器阻抗建模与并网特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(16): 4846-4856.
- [38] Cespedes M, Sun J. Impedance modeling and analysis of grid-connected voltage-source converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2014, 29(3): 1254-1261.
- [39] Harnefors L, Bongiorno M, Lundberg S. Input-admittance calculation and shaping for controlled voltage-source converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(6): 3323-3334.
- [40] 刘威, 谢小荣, 黄金魁, 等. 并网变流器的频率耦合阻抗模型及其稳定性分析[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(5): 138-146.
- [41] 谢小荣, 刘华坤, 贺静波, 等. 新能源发电并网系统的小信号阻抗/导纳网络建模方法[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(12): 26-32.
- [42] Xu L, Fan L L. Impedance-based resonance analysis in a VSC-HVDC system [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2013, 28(4): 2209-2216.
- [43] Chen X, Ma J P, Wang S L, et al. An accurate impedance model of line commutated converter with variable commutation overlap[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2022, 37(1): 562-572.
- [44] 陈杰, 闫震宇, 赵冰, 等. 下垂控制三相逆变器阻抗建模与并网特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(16): 4846-4856.

- [45]Kang Q, Wang Y, Yin T Y, et al. Sequence impedance model and stability analysis of MMC considering wind farm integration[C]. IEEE/IAS Industrial and Commercial Power System Asia, Weihai, China, 2020: 1273-1279.
- [46]Sun K, Yao W, Fang J K, et al. Impedance modeling and stability analysis of grid-connected DFIG-based wind farm with a VSC-HVDC[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2020, 8(2): 1375-1390.
- [47]孙焜, 姚伟, 文劲宇. 双馈风电场经柔直并网系统次同步振荡机理及特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(22): 6520-6533.
- [48]吕世荣, 刘晓鹏, 郭强, 等. 次同步谐振分析中复转矩系数与特征值之间的关系[J]. 电力系统自动化, 1999, (03): 16-18+22.
- [49]王一珩, 杜文娟, 王海风. 基于改进复转矩系数法的多风电场接入引发多机电力系统次同步振荡机理分析[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(7): 2383-2395.
- [50]Lyu J, Zhang X, Cai X. Harmonic state-space based small-signal impedance modeling of a modular multilevel converter with consideration of internal harmonic dynamics[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2019, 34(3): 2134-2148.
- [51]Huang Y H, Yuan X M, Hu J B, et al. DC-bus voltage control stability affected by AC-bus voltage control in VSCs connected to weak AC grids [J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2016, 4(2): 445-458.
- [52]王一珩, 杜文娟, 陈晨, 等. 基于改进复转矩系数法的风电场并网引发电力系统次同步振荡研究[J]. 电工技术学报, 2020, 35(15): 3258-3269.
- [53]Zhou J C, Peng X T, Luo P, et al. Frequency response characteristic analysis of SSCI for DFIG-based wind farms considering rotor speed control based on complex torque coefficients method[C]. Renewable Power Generation Conference, Shanghai, China, 2019: 1-7.
- [54]王西田, 杨帆, 杨秀, 等. 含 HVDC 的电力系统次同步振荡参数稳定域的可视化分析[J]. 电力系统自动化, 2004, (07): 39-43.
- [55]Hu J B, Hu Q, Wang B, et al. Small signal instability of PLL-synchronized type-4 wind turbines connected to high-impedance AC grid during LVRT[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2016, 31(4): 1676-1687.
- [56]杜程茂, 杜雄, 苏婧媛, 等. 定子电流控制的双馈风机导纳建模与次同步振荡风险分析[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(13): 159-167.

- [57]余涛, 沈善德, 朱守真, 等. HVDC 及其控制系统动态稳定性的理论分析[J]. 电力系统自动化, 2002, (12): 40-44.
- [58]Du W J, Chen X, Wang H F. Power system electromechanical oscillation modes as affected by dynamic interactions from grid-connected PMSGs for wind power generation[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2017, 8(3): 1301-1312.
- [59]Du W J, Chen X, Wang H F. A method of open-loop modal analysis to examine the SSOs in a multi-machine power system with multiple variable speed wind generators[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 4297-4307.
- [60]Du W J, Wang Y, Wang H F, et al. Concept of modal repulsion for examining the sub-synchronous oscillations in power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 4614-4624.
- [61]Du W J, Chen X, Wang H F. Parameter tuning of the PLL to consider the effect on power system small-signal angular stability[J]. IET Renewable Power Generation, 2018, 12(1): 1-8.
- [62]Pauli W. On the Hamiltonian structure of non-local field theories[J]. Il Nuovo Cimento (1943-1954), 1953, 10: 648-667.
- [63]Martin J L. Generalized classical dynamics, and the 'classical analogue' of a Fermioscillator[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 1959, 251(1267): 536-542.
- [64]Maschke B, Ortega R, Van Der Schaft A J. Energy-based Lyapunov functions for forced Hamiltonian systems with dissipation[J]. IEEE Transactions on automatic control, 2002, 45(8): 1498-1502.
- [65]李继彬. 广义哈密顿系统理论及其应用[M]. 科学出版社, 2007.
- [66]孙元章, 曹明, 申铁龙, 等. 基于广义哈密顿系统理论的汽轮调速器分散无源控制[J]. 电力系统自动化, 2002, (03): 6-9+14.
- [67]骆天舒. 耗散动力学系统的广义哈密顿形式及其应用[D]. 浙江大学, 2011.
- [68]王鹏飞. 哈密顿理论体系下水力发电系统稳定性研究[D]. 西北农林科技大学, 2019.
- [69]Ortega R, Garcia-Canseco E. Interconnection and damping assignment passivity-based control: A survey[J]. European Journal of control, 2004, 10(5): 432-450.
- [70]王玉振, 自动控制. 广义 Hamilton 控制系统理论: 实现, 控制与应用[M]. 科学出版社, 2007.
- [71]毋华丽. 基于哈密顿系统理论的永磁同步电动机鲁棒控制[D]. 郑州大学, 2013.

- [72]孙元章, 刘前进, 宋永华, 等. FACTS 的 PCH 模型与自适应 L2 增益控制 (一)理论篇[J]. 电力系统自动化, 2001, (15): 1-6.
- [73] 马进, 席在荣, 梅生伟. 基于哈密顿理论的发电机汽门鲁棒非线性控制器设计[J]. 电力系统自动化, 2001, (18): 7-10+15.
- [74]石访. Hamilton 能量函数方法研究及其在电力系统稳定控制中的应用[D]. 上海交通大学, 2013.
- [75]Ortega R, Van Der Schaft A, Maschke B, et al. Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled Hamiltonian systems[J]. Automatica, 2002, 38(4): 585-596.
- [76]Wang Y, Li C, Cheng D. New approaches to generalized Hamiltonian realization of autonomous nonlinear systems[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2003, 46: 431-444.
- [77]张斌, 刘辉. 基于 PCH 理论的无速度传感器电机调速控制[J]. 控制工程, 2017, 24(08): 1567-1573. DOI: 10.14107/j.cnki.kzgc.150680.
- [78]Wang J, Mu X, Li Q K. Study of passivity-based decoupling control of T-NPC PV grid-connected inverter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(9): 7542-7551.
- [79]Li X, Li X. Passivity-based control for movable multi-load inductively coupled power transfer system based on PCHD model[J]. IEEE Access, 2020, 8: 100810-100823.
- [80]Sun Y Z, Liu Q J, Song Y H, et al. Hamiltonian modelling and nonlinear disturbance attenuation control of TCSC for improving power systems stability[J]. IEE Proceedings-Control Theory and Applications, 2002, 149(4): 278-284.
- [81]Liu L, Shao N, Lin M, et al. Hamilton - based adaptive robust control for the speed and tension system of reversible cold strip rolling mill[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2019, 33(4): 626-643.
- [82]Su Q, Wang H, Dong F, et al. Valve controller design of multi-machine power systems based on adaptive Hamilton minimax method[J]. IEEE Access, 2020, 8: 126315-126322.
- [83]王涛, 肖建, 李冀昆. 感应电机无源性分析及自适应控制[J]. 中国电机工程学报, 2007, (06): 31-34.
- [84]Rodríguez H, Ortega R. Stabilization of electromechanical systems via interconnection and damping assignment[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2003, 13(12): 1095-1111.
- [85]王子函. 基于端口受控哈密顿方法的永磁同步电机伺服控制[D]. 青岛大学, 2016.

-
- [86]陈曦, 吴熙, 顾文, 等. 基于次同步模态能量的双馈风机并网系统次同步振荡能量分析与溯源方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(15): 5863-5877. DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.220997.
- [87]Henry O Jacobs, Hiroaki Yoshimura. Interconnection and composition of Dirac structures for Lagrange-Dirac systems. 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference(CDC-ECC): Vol 1, 12-15 Dec 2011, Orlando, FL, USA: 928-933.
- [88]Van der Schaft Arjan. Port-Hamiltonian systems an introductory survey. International Congress of Mathematicians: Vol 1, 22-30 August 2006, Madrid, Spain.
- [89]Halmos, Paul. Finite-dimensional Vector Spaces: Springer. 1974.
- [90]Van Der Schaft A J, Maschke B M. Conservation laws and open systems on higher-dimensional networks[C]//2008 47th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 2008: 799-804.