

电力系统静态电压稳定临界点的快速计算方法

黎 晓¹, 刘崇茹¹, 蔡 晖², 辛蜀骏³, 郑 乐¹

(1. 新能源电力系统国家重点实验室 (华北电力大学), 北京 102206; 2. 国网江苏省电力有限公司经济技术研究院, 江苏 南京 210008; 3. 国网经济技术研究院有限公司, 北京 102209)

摘要: 静态电压稳定临界点能够为电压稳定评估和控制措施提供重要信息, 为此, 提出了一种快速计算静态电压临界点的方法, 包括鞍结型分岔点和极限诱导分岔点。首先提出了一种线性特性较好的鞍结型分岔点逼近指标, 然后利用大步长的连续潮流方法逼近临界点, 检测极限诱导分岔, 同时通过鞍结型分岔点逼近指标判断潮流解逼近鞍结型分岔点的程度。当满足切换条件时, 从连续潮流法切换为直接法, 为直接法提供了较好的计算初值, 能够快速准确地计算分岔点。算例结果表明, 较之连续潮流法, 所提方法具有更高的计算效率。此方法避免了连续潮流法在鞍结型分岔点附近校正环节计算量较大的问题, 同时也解决了分岔点直接计算方法在离鞍结型分岔点较远时的收敛问题, 兼顾了连续潮流法和分岔点直接法两者的优点, 具有精度和速度的双重优势, 具有在线应用的潜力。

关键词: 电压稳定; 连续潮流; 直接法; 鞍结型分岔点逼近指标; 鞍结型分岔; 极限诱导分岔; 海森矩阵

中图分类号: TM732 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-2691 (2022) 03-0044-11

Fast Calculation Method for Critical Point of Static Voltage Stability in Power System

LI Xiao¹, LIU Chongru¹, CAI Hui², XIN Shujun³, ZHENG Le¹

(1. State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources (North China Electric Power University), Beijing 102206, China; 2. State Grid Jiangsu Economic Research Institute, Nanjing 210008, China; 3. State Grid Economic and Technological Research Institute Co., Ltd., Beijing 102209, China)

Abstract: The critical point of static voltage stability can provide important information for voltage stability evaluation and control measures. Therefore, we propose a method which includes saddle-node bifurcation point and limit-induced bifurcation point to quickly calculate the static voltage critical point. Firstly, a saddle-node bifurcation point approximation index with good linear characteristics was proposed, and then the large-step CPF (Continuation Power Flow) method was used to approach the critical point to detect the limit-induced bifurcation. At the same time, the saddle-node bifurcation point approximation index was used to judge the degree of power flow solution approaching the saddle-node bifurcation point. When the switching conditions were met, the CPF method was switched to the PoC (Point of Collapse) method, which provides a good initial value for the PoC method to calculate the bifurcation point quickly and accurately. The results show that the proposed method has higher computational efficiency than the CPF. This method avoids a large amount of calculation of the correction in the CPF method near the saddle-node bifurcation point, and also solves the convergence problem of the PoC method when it is far from the saddle-node bifurcation point. Taking into account the advantages of the CPF method and the PoC method, this method has the dual advantages of accuracy and speed, and the potential of online application.

Key words: voltage stability; continuation power flow; point of collapse method; saddle-node bifurcation point approximation index; saddle-node bifurcation; limit-induced bifurcation; Hessian matrix

收稿日期: 2021-09-06.

基金项目: 国家电网有限公司科技项目 (5105-202018129A-0-0-00).

0 引言

20世纪70年代以来,国内外发生过多次大的电压崩溃事故,学者们对电压稳定的评估、预警与预防控制开展了大量的研究工作^[1~3]。电压稳定临界点的快速、准确计算对于电压稳定评估以及电压稳定控制具有重要意义。分岔点对应的负荷大小可表示当前运行点的负荷裕度,可用于电压稳定的预警与预防控制。临界点的灵敏度信息,可以为配置无功补偿^[4],切负荷^[5]等措施提供重要信息。

常用的临界点计算方法有连续潮流法和分岔点直接算法。连续潮流法^[6]具有鲁棒性强、能同时考虑发电机的无功功率限制等约束条件^[7]的优势,很容易处理极限诱导分岔。但是准确地计算鞍结型分岔点,现有的连续潮流计算方法计算量大,难以满足在线计算的需求。主要表现在以下两个方面:(1)由于PV曲线在鞍结型分岔点附近的非线性特性明显,预测步长过大会导致预测点距离PV曲线较远,使得校正环节中牛顿迭代法的迭代次数显著增加,甚至导致牛顿法不收敛^[8]或扩展潮流方程无解^[7]。通过步长调整策略和参数化过程能够明显改善连续潮流的收敛性,但会使得连续潮流的步长在远离鞍结型分岔点时使用较大的步长,在靠近分岔点时使用较小的步长^[9,10],这种策略需要较多的计算量来逼近负荷极限点。(2)“斜锐角型”PV曲线,可能会使得校正环节中的牛顿法不收敛^[11]。这种不收敛现象在全局性参数化方法与不合适的局部参数化方法中都可能出现。出现这种情况时,计算过程中需要调整参数化方法^[9],重新计算校正步,或者采用线性搜索等求解方式^[12],会显著增加总的迭代计算次数,降低计算速度。

另外一类方法基于分岔点的判别条件,直接计算分岔点^[13~17],被称为直接法。直接法通常采用牛顿迭代求解,在合适的初值选择下能够快速准确地计算出鞍结型分岔点。但是牛顿法对初值较为敏感,不合适的初值可能导致计算发散。文献[18~20]提出的直接计算方法,不需要设置初值,提高了直接迭代方法的收敛性,但是计算节点的选择直接影响到该方法的收敛特性。这类直接法对于PV曲线呈现“抛物线”形状的薄弱节点具有较好的收敛特性,但是当初始潮流解远离负荷极限点时,薄弱节点的选择并不容易,因为PV曲

线的特性在逼近临界点处才显现出来^[21,22]。文献[23,24]尝试将连续潮流法和直接法的优势综合起来进行计算,通过连续潮流快速穿过鞍结型分岔点,寻找鞍结型分岔点的近似解作为直接法的迭代初值,然后用直接法计算准确的鞍结型分岔点。但是,由于前述分析可知,连续潮流方法在PV曲线上穿过鞍结型分岔点时,为了解决收敛性的问题而采用的步长调整策略或参数化方法均需要较多的计算量,限制了该方法的计算效率。

本文结合连续潮流和直接法两者的优势,提出了一种静态电压稳定临界点的快速计算方法。该方法不需要连续潮流计算穿过分岔点,避免了连续潮流为解决收敛问题而增加的计算量,同时又能够为直接法找到接近负荷极限点的合理初值,从而保证直接法的收敛性。首先,通过大步长的连续潮流快速靠近临界点,当判断临界点为极限诱导分岔时,则结束临界点计算;当判断临界点是鞍结型分岔点时,以最后一步连续潮流的解为初值,通过直接法快速准确地计算出鞍结型分岔点。

本文的创新点主要体现在:(1)提出了一种线性程度较好的鞍结型分岔点逼近指标,用以评估系统逼近鞍结型分岔点的程度,并根据这一指标确定当前连续潮流计算结果能够满足直接法初值的要求;(2)提出了连续潮流与直接法的切换策略,显著降低了连续潮流的计算时间,同时保证直接法的初始值接近负荷临界点;(3)提出了一种海森矩阵的隐式计算方法,提高了直接法的计算效率。

1 鞍结型分岔点逼近指标

1.1 指标的理论基础

本文建立鞍结型分岔点逼近指标的目的是为了根据连续潮流法计算过程中的潮流解和负荷增长参数 λ ,评估当前预测环节的参数 $\hat{\lambda}$ 是否逼近或者大于鞍结点分岔点的 λ 值,从而判断是否从连续潮流计算切换为直接法计算。

鞍结型分岔点指标在第 i 个负荷节点处的体现记为 c_i ,其在数值上应具备两个特征:

(1)在鞍结点分岔点处 c_i 等于0。保证在鞍结点分岔点处 $c_i=0$ 能够保证在计算过程中通过 c_i 接近于0的程度而快速判断是否已接近鞍结型分岔点。

(2)指标 c_i 数值随着参数 λ 增大应呈现近似线性的变化趋势。由于某一个参数 λ 所对应的指

标 c_i 并不具有预测的能力,此指标的关键特征在于其数值随着参数 λ 增大的线性变化趋势。

定义:鞍结型分岔点逼近指标在第 i 个负荷节点的计算值 c_i :

$$c_i = \frac{d\lambda}{dV_i} \frac{1}{I_i} \quad (1)$$

式中: dV_i 表示节点 i 的电压幅值的微分; $d\lambda/dV_i$ 可以通过连续潮流计算过程直接获取; I_i 表示负荷节点 i 的负荷电流。

指标 c_i 还可以写成式 (2) 的形式

$$c_i = \frac{\tau^j}{w(i)} \frac{1}{I_i} \quad (2)$$

式中: w 和 τ^j 为方程 (3) 的解, w 表示 PV 曲线上切向量的方向; $w(i)$ 表示向量 w 的第 i 个元素。 f_x 表示潮流方程的雅各比矩阵, f_λ 表示潮流方程对参数 λ 的偏导数, e_j^T 表示除了第 j 个元素外其余元素全为 0 的行向量。 τ^j 的上标 j 和 e_j 的下标 j 相对应,与 c_i 的下标 i 无关,所以可以任取 j 算出所有负荷节点的 c_i 值。 n 等于除平衡节点之外的节点数量。式 (3) 中的 τ^j 与 Abbott 给出的鞍结型分岔点测试函数相同,因此此方法对应相同的理论基础^[25]。已经证明^[26],在鞍结型分岔点处, $\tau^j / (w)_i = 0$,因此对应 $c_i = 0$ 。

$$\begin{pmatrix} f_x & f_\lambda \\ e_j^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \tau^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{n \times 1} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

1.2 指标的物理意义

由于视在功率与电压电流幅值的关系 $S = VI$,其导数可以表示为式 (4)。

$$dS = IdV + VdI \quad (4)$$

因此

$$c_i \frac{dS_i}{d\lambda} = 1 + \frac{V_i/I_i}{dV_i/dI_i} = 1 - \frac{Z_{Li}}{Z_{Thi}} \quad (5)$$

式中: $dS_i/d\lambda$ 表示节点 i 的视在功率的导数,也是负荷功率的增长方向在节点 i 上的投影,可以视为已知常量,那么容易使得其满足 $dS_i/d\lambda \approx 0$ 。 $Z_{Li} = V_i/I_i$,表示负荷等值阻抗模。 $Z_{Thi} = -dV_i/dI_i$,在其他文献中被称为动态等值阻抗模^[27],与通常所采用的戴维南等值阻抗模不同。通常所采用的戴维南等值阻抗模采用电压和电流相量变化量的比值,这里仅仅采用幅值变化量的比值。在物理意义上,式 (5) 的形式类似于阻抗模匹配指标,可以同样解释为在鞍结型分岔处,负荷等值阻抗模等于动态等值阻抗模。

1.3 保持指标具有连续特征的修正方法

与其他鞍结型分岔点逼近指标一样,在发电机节点类型发生变化时,指标 c_i 可能会发生突变。

因此需要对式 (1) 的定义式进行修正,使得该指标能够抵消潮流方程中节点类型变化带来的影响。该指标在突变点前后具有相似的变化斜率,所以只要消除突变量,即使在节点电压类型发生变化的情况下,保证指标随参数 λ 变化的光滑程度仍然较好。

处理方式:如图 1 所示,在第 l 步时,如果因系统中存在节点类型的转化,使得 c_i^l 突变为 $\hat{c}_i^l$,那么就将 λ_l 之前的鞍结型分岔点逼近指标均增加一个基于突变量 Δc_i^l 的修正量,得到突变处理之后的鞍结型分岔点逼近指标值 $\hat{c}_i$ 。图 1 中蓝色虚线为突变处理前的指标值,红色实线为突变处理后的指标值, $\hat{c}_i$ 的计算公式如式 (6) 所示。

$$\hat{c}_i = c_i + \Delta c_i^l \quad (6)$$

式中: $\Delta c_i^l = \hat{c}_i^l - c_i^l$ 。

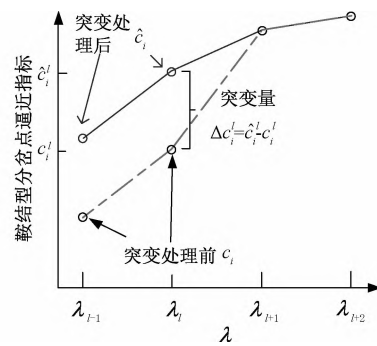


图 1 鞍结型分岔点逼近指标突变处理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of sudden change treatment of saddle-node bifurcation point approximation index

如果存在多次突变,则进行多次修正即可。根据式 (2),得到突变量需要在节点类型转换点两次计算 PV 曲线的切线方向 w ,一次是用于节点类型转化前计算 c_i^l ,另一次用于节点类型转化后计算 $\hat{c}_i^l$ 。节点类型转化后的切线用作下一步连续潮流的预测环节,节点类型转化前的切线可以基于节点类型转化点求解过程中的雅各比矩阵计算,所以增加的计算较小。

1.4 指标的线性化方法

随着负荷接近稳定极限,指标 c_i 的曲线近似呈分式曲线,所以可以通过一个分式形式的非线性变化将其变换为一个线性程度较好的指标 $\hat{c}_i$,以准确地评估在大步长连续潮流中评估潮流解的

预测环节与鞍结型分岔点之间的逼近程度。

$$\bar{c}_i = \frac{c_i}{c_i - \beta_i} \quad (7)$$

其中参数 β_i 可以通过最小方差的方式辨识, 辨识方法如下。

步骤一:

$$\mathbf{A} = [\boldsymbol{\lambda} - E(\boldsymbol{\lambda}), -\mathbf{c} + E(\mathbf{c}), -\boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{c} + E(\boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{c})]$$

其中, $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda^1, \lambda^2, \dots, \lambda^l]^T$; $\mathbf{c} = [c_i^1, c_i^2, \dots, c_i^l]^T$; $\boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{c} = [\lambda^1 \cdot c_i^1, \lambda^2 \cdot c_i^2, \dots, \lambda^l \cdot c_i^l]^T$; $E(\cdot)$ 表示求平均数。

步骤二:

$$\Sigma_i = \sum_j \mathbf{A}_{j,:}^T \mathbf{A}_{j,:}$$

式中: Σ_i 表示样本的方差; $\mathbf{A}_{j,:}$ 表示 $\mathbf{A}$ 矩阵的第 j 行。

步骤三: 求解式 (8) 中的 $\mathbf{z}$ 向量。

$$\begin{aligned} \min: & \mathbf{z}^T \sum_i \mathbf{z} \\ \text{st:} & \begin{cases} \mathbf{z}(3) = 1 \\ c_i^1 \cdot \mathbf{z}(1) \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

其中第二个约束是为了使得 β_i 与 c_i 的符号异号, 避免式 (7) 中分母等于 0。 $\mathbf{z}(1)$ 与 $\mathbf{z}(3)$ 分别表示 $\mathbf{z}$ 向量的第 1 个元素和第 3 个元素。步骤三是一个带约束的二次规划问题, 可以利用现有的工具很容易求解。

步骤四: $\beta_i = \mathbf{z}(1)$

2 连续潮流与直接法的切换决策

2.1 节点类型转化识别的补逻辑

将发电机无功功率方程写成 $Q_{Gi}(\lambda) - f_{qi}(x) = 0$, 其中 $Q_{Gi}(\lambda)$ 表示发电机 i 发出的无功功率, $f_{qi}(x)$ 表示通过节点电压计算发电机节点 i 的无功功率的表达式。

$$\frac{dQ_{Gi}}{d\lambda} = \frac{df_{qi}}{dx_j} \frac{dx_j}{d\lambda} \quad (9)$$

式中: x_j 表示潮流方程中的变量, 包括 PQ 节点的电压幅值和相角、PV 节点的电压幅值。 $dx_j/d\lambda$ 由连续潮流方法中的预测环节得到。根据发电机无功的上限值和下限值, 计算每个发电机节点的 λ 增量的估计值, 如式 (10) 所示。

$$\Delta \hat{\lambda}_i = (Q_i^{\lim} - Q_{Gi}) / (dQ_{Gi}/d\lambda), i \in G_{PV} \quad (10)$$

$$\Delta \hat{\lambda}_i = (V_{Gi}^{\text{set}} - V_{Gi}) / (dV_{Gi}/d\lambda), i \in G_{PQ} \quad (11)$$

式中: G_{PV} 表示发电机节点中 PV 节点的集合; G_{PQ} 表示发电机节点中 PQ 节点的集合; $dV_{Gi}/d\lambda$ 由连续潮流方法中的预测环节得到。然后取 λ 增量大于 0 中的最小值作为节点类型发生转化的估计点, 如式 (12) 和式 (13) 所示。

$$\hat{\lambda} = \begin{cases} \lambda + \Delta\lambda, & \text{if } \Delta\lambda < \Delta\hat{\lambda} \\ \lambda + \Delta\hat{\lambda}, & \text{if } \Delta\lambda > \Delta\hat{\lambda} \end{cases} \quad (12)$$

$$\hat{x} = x + (\hat{\lambda} - \lambda) dx/d\lambda \quad (13)$$

式中: $\Delta\hat{\lambda} = \min_{\Delta\lambda_i > 0} \{\Delta\hat{\lambda}_i | i \in G_{PV} \cup G_{PQ}\}$; $\Delta\lambda$ 表示连续潮流中预测环节计算得到的 λ 增量。

以式 (12) 和式 (13) 得到的预测值 ($\hat{\lambda}, \hat{x}$) 为校正环节的迭代初始值, 采用文献 [7, 28] 的方法, 能够直接计算出节点类型发生转化时的临界状态, 即预判发生节点类型转化的发电机节点无功达到限值且发电机电压等于设定值的潮流解。计算思路为: 在原潮流方程的基础上增加一个方程, 以预判达到限制的发电机输出无功或预判从 PQ 节点类型恢复 PV 节点类型的发电机电压幅值作为已知量, 以参数 λ 作为未知量, 求解增广潮流方程。

但是当两个节点几乎同时发生类型转换时, 提前预判节点类型转化难以识别其先后顺序, 可能收敛到不满足发电机无功限制的解。为了避免这种情况下的多次缩小步长再次计算校正环节, 本文增加以下两个补逻辑。

(1) 当预判节点 i 将发生节点类型转化, 通过计算收敛之后, 节点 j 出现了越限, 那么将节点 j 的类型转换之后, 重新计算节点 i 的节点类型转化临界点。

(2) 如果预判节点 i 和节点 j 发生节点类型转换时刻的 λ 值之差小于 ϑ , 且按照补逻辑 1 转换节点 i 的类型后仍然有新的发电机节点出现越界, 那么就恢复节点 i 的节点类型, 再以节点 j 作为类型转换的关键节点计算其节点类型转化的临界值。其中 ϑ 可以取一个较小的数, 例如 $\vartheta = 0.001$ 。

通过大量算例计算发现, 在绝大多数情况下, 补逻辑 1 就足以处理节点类型识别问题。当 λ 的预测值 $\hat{\lambda}$ 越过负荷极限点时, 以上两个补逻辑下

计算仍然可能发散。因此,这种情况下本文则直接进入鞍结型分岔直接计算步骤。

2.2 失稳类型的识别

失稳类型的正确识别依赖于节点类型的识别和鞍结型分岔点逼近指标的失稳判断。所以在计算流程上先识别节点类型转化,然后判断失稳类型。

每次计算得到节点类型转化临界点之后,通过节点类型转化前和转化后的切向量的符号变化可以判断该点是否为极限诱导分岔点^[29,30]。如果是极限诱导分岔,则不需要进入鞍结型分岔计算的直接法,直接输出结果。

当鞍结型分岔点逼近指标判断鞍结点时,就不用再进入连续潮流的校正环节,转为采用鞍结型分岔点的直接计算方法,能够快速收敛到分岔点。判断的方法如下:

(1) 在每一步连续潮流法的校正环节求解前,综合突变处理前的指标 c_i 与母线电压幅值选择薄弱母线 k 。比较所有负荷节点的鞍结型分岔点逼近指标 c_i 值,将其绝对值从小到大排序,记节点 i 的序号为 $\text{Ord}(c_i)$ 。相似地,将负荷电压母线的电压幅值也从小到大排序,记节点 i 地序号为 $\text{Ord}(V_i)$,然后计算 $\text{Ord}(c_i) + \text{Ord}(V_i)$,取结果最小的母线编号为 k 。

(2) 针对母线 k 的指标 c_k 进行突变修正和非线性变换,得到的变换之后逼近指标记为 $\bar{c}_k$ 。

(3) 利用最小二乘法对 $\bar{c}_k$ 进行线性拟合,拟合结果如式 (14) 所示。假设当前为连续潮流计算的第 l 步, $\lambda = \lambda_l$,因此 λ 的取值范围小于等于 λ_l 。

$$\bar{c}_k \approx \rho_1 \lambda + \rho_2, \lambda \leq \lambda_l \quad (14)$$

(4) 在第 l 步比较连续潮流预测环节的负荷增长参数 $\hat{\lambda}_l$ 是否满足式 (15),如果满足,则判定当前步已越过鞍结型分岔点。否则进行下一步的连续潮流计算。

$$\hat{\lambda}_l \geq \lambda_l - \bar{c}_k^l / \rho_1 \quad (15)$$

式中: $\bar{c}_k^l$ 表示指标 $\bar{c}_k$ 在 $\lambda = \lambda_l$ 时的值。

通过 $\lambda \leq \lambda_l$ 的指标值和当前预测环节的参数 $\hat{\lambda}_l$,可以提前判断当前步的潮流解是否已经越过鞍结型分岔点,从而判断是否进入鞍结型分岔直接计算。

整体的具体决策过程见图 2。为了提高算法的鲁棒性,保留了回到预测环节缩短步长再次计算校正环节的处理方式。

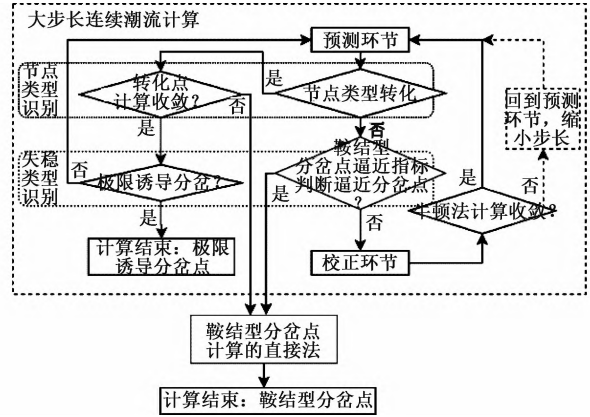


图2 总体计算流程

Fig. 2 Overall calculation process

3 鞍结型分岔点计算的改进直接法

3.1 直流法的计算步骤

静态电压稳定的鞍结型分岔点计算等同于求解以下扩展潮流方程中的 $(\mathbf{x}, \lambda)$ 。

$$\begin{cases} f(\mathbf{x}, \lambda) = 0 \\ g(\mathbf{x}, \lambda) = \text{rank}(f_x) - (2n - r - 1) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\text{rank}(\cdot)$ 表示矩阵的秩; f_x 表示潮流方程的雅各比矩阵; $g(\mathbf{x}, \lambda) = 0$ 是鞍结型分岔点的判据, 函数 g 也被称为测试函数^[31]。

方程 (16) 的解即为鞍结型分岔点。利用牛顿法求解时需要形成方程 (16) 的增广雅各比矩阵 $\tilde{J}$, 如式 (17) 所示。 f_λ 表示潮流方程对参数 λ 的偏导数。当 $f(\mathbf{x}, \lambda) = f_1(\mathbf{x}) + f_2(\lambda)$ 时, f_λ 与 $\mathbf{x}$ 无关。 $g_\lambda = 0$, g_x 表示 g 函数对代数变量 $\mathbf{x}$ 的偏导数。

$$\tilde{J} = \begin{pmatrix} f_x & f_\lambda \\ g_x & g_\lambda \end{pmatrix} \quad (17)$$

函数 g 的表达式具有不同的等价形式。本文采用式 (18) 形式的函数 g , 与式 (16) 中的函数 g 等价^[31,32]。

$$g = (d - c^T A^{-1} b) \quad (18)$$

式中: 矩阵 A 表示 f_x 矩阵中去掉第 k 行第 k 列后剩下的部分。向量 b 表示 f_x 中第 k 列中除 k 行之外的元素。 c^T 表示 f_x 中的第 k 行中除第 k 列之外的元素。向量 d 表示 f_x 矩阵中第 k 行第 k 列的元素。 k 是一个需要设定的参数, 对直接法的收敛性有直接影响, 本文选择 k 值的方法与鞍结型逼近指标预测时选择薄弱母线 k 的方法相同。

偏导数 g_x 需要求解式 (18) 中矩阵 A 的导数, 也是 $f(\mathbf{x})$ 在 $\mathbf{x}$ 点处展开的海森矩阵的一部分^[33]。

由于海森矩阵属于三维矩阵,其维度较高,不利于算法快速求解。

3.2 海森矩阵的快速计算方法

3.2.1 引理

引理 1: 一个矩阵,如果 f_x, R, T 都是连续函数或者常数,那么一定存在唯一的向量 u, W , 和实数 g 使得式 (19) 和式 (20) 成立,且 f_x 矩阵的秩等于 $2n-r-1$ 的充分必要条件是 $g=0$ [34]。

$$\begin{pmatrix} f_x & -R \\ -T^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{n \times 1} \\ -1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$(u^T \ g) \begin{pmatrix} f_x & -R \\ -T^T & 0 \end{pmatrix} = (0_{1 \times n} \ -1) \quad (20)$$

本文在引理 1 的基础上表示 g_x , 并推导海森矩阵的隐式计算方法。将式 (19) 等号两边左乘 (u^T, g) , 与式 (20) 联立得到:

$$g = u^T f_x W \quad (21)$$

取 $R = [0_{1 \times n}, 1]^T, T^T = [0_{1 \times n}, 1], u^T = (-c^T A^{-1}, 1)P, W = P^{-1}(-(-A^{-1}b)^T, 1)^T$ 。其中矩阵 P 为一个置换矩阵,用于将雅各比矩阵 f_x 中的第 k 行 k 列移动到最后一行一列。置换矩阵与矩阵 f_x 相乘可以得到如式 (22) 所示的分块形式,其中 $A \in R^{(2n-r-1) \times (2n-r-1)}, b \in R^{(2n-r-1) \times 1}, c \in R^{(2n-r-1) \times 1}, d \in R$ 。 r 表示 PV 节点(给定注入有功功率与电压幅值的节点)的数量。那么,将 R, T, u 和 W 的表达式代入式 (21) 中就可以得到式 (18)。说明在以上条件下,式 (18) 中的函数 g 适用于引理 1。

$$Pf_x P^{-1} = \begin{pmatrix} A & b \\ c^T & d \end{pmatrix} \quad (22)$$

进一步通过式 (19) 和式 (20) 求解 g 对潮流方程变量 x 的导数的表达式。记 g 对任意变量的导数为 g' , 对式 (21) 等号两边同时求导得到式 (23)。

$$g' = (u^T)'(f_x W) + u^T(f_x)'W + u^T f_x W' \quad (23)$$

根据式 (19) 和式 (20) 中 $f_x W = Rg$ 和 $u^T f_x = gT^T$, 式 (23) 可以改写为以下形式。

$$g' = (u^T)'(Rg) + u^T(f_x)'W + gT^T W' \quad (24)$$

根据式 (19) 和式 (20) 中, $T^T W = 1$ 和 $u^T R = 1$, 得到

$$T^T W' = -(T^T)'W \quad (25)$$

$$(u^T)'R = -u^T R' \quad (26)$$

由于向量 T 向量 R 为常数向量,所以式 (25) 和 (26) 中的 T' 和 R' 都等于全 0 的向量。因此,将式 (25) 和式 (26) 代入式 (24), 得到 g 对任

意参数的导数,如式 (27) 所示。

$$g' = u^T(f_x)'W \quad (27)$$

将式 (27) 应用到对所有代数变量求导,得到 g_x 的表达式。

$$g_x = u^T f_{xx} W \quad (28)$$

3.2.2 海森矩阵的隐式计算方法

式 (28) 中的 f_{xx} 是潮流方程的海森矩阵,在大规模电力系统中,海森矩阵维度非常高。尽管对于电力系统的潮流方程,其海森矩阵高度稀疏,但稀疏矩阵计算技术很难在三维矩阵上直接利用。

根据方向导数的定义,沿着向量 W 的方向导数等于函数梯度与方向向量 W 的内积,即

$$\frac{f_x(x + \varepsilon W)_{i,j} - (f_x(x))_{i,j}}{\varepsilon} \approx \nabla \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right) W = \frac{\partial (\nabla f_i)}{\partial x_j} W \quad (29)$$

式中: ∇ 表示梯度算子,有 $\nabla f = f_x$; 下标 (i, j) 表示矩阵中第 i 行第 j 列的元素; 单个下标 i 或者 j 表示向量中第 i 个或者第 j 个元素。

同理可得

$$\frac{f_x(x + \varepsilon W)_{:,j} - (f_x(x))_{:,j}}{\varepsilon} \approx \frac{\partial (\nabla f)}{\partial x_j} W = ((\nabla f)_x W)_j \quad (30)$$

式中: $(\nabla f)_x = f_{xx}$, 下标 $(:, j)$ 表示矩阵的第 j 列。

那么,

$$g_x \approx u^T \frac{f_x(x + \varepsilon W, \lambda) - f_x(x, \lambda)}{\varepsilon} \quad (31)$$

以上分析过程说明,只需要把向量 W 当作 x 的一个增量,在这个增量方向上两次形成雅各比矩阵,就可以很方便的计算出 g_x 。该计算过程计算量小,很容易在现有的潮流计算程序上实现。 ε 可以取一个较小的数值,理论上 ε 取得越小, g_x 的计算结果越精确,但是还需要考虑数值计算过程中的舍入误差,所以不宜取得过小。对于双精度浮点数,可以设置 $\varepsilon = 10^{-7}$ 。

本文提出的海森矩阵隐式计算方法,显著提高了直接法的计算效率。

4 算例分析

在配置为 i7-8700 处理器,8 G 内存的计算机上,用软件 Matlab 编制本文提出的计算程序,以算例 case2736sp, case2869pagase, case6468rte [35], case9241pegase [36] 为例进行分析,其网络规模分别

为 2 736 条母线, 2 869 条母线, 6 468 条母线, 和 9 241 条母线。本节选择了两种负荷功率增长方式, 增长模式 1 表示全系统负荷功率增长的情况, 假设全系统的负荷有功功率、无功功率等比例增长, 全系统的发电机(平衡节点除外)发出的有功功率也等比例增长以分担负荷功率。增长模式 2 表示局部区域负荷功率增长的情况, 假设编号最小的 10 个负荷节点的有功功率与无功功率等比例增长, 全系统的发电机(平衡节点除外)等比例增长有功功率以分担负荷功率。大步长连续潮流采用拟弧长的参数化方法, 直接法中采用隐式海森矩阵计算方法。

4.1 鞍结型分岔点逼近指标的性质

尽管节点类型转化会造成鞍结型分岔点逼近指标的突变, 图 3 表明所提出的式 (6) 的处理方式可以得到整体光滑性较好的指标变化曲线, 鞍结型分岔点逼近指标的突变点的不连续特性得到了很好的修正, 修正后的连续性是该指标在非线

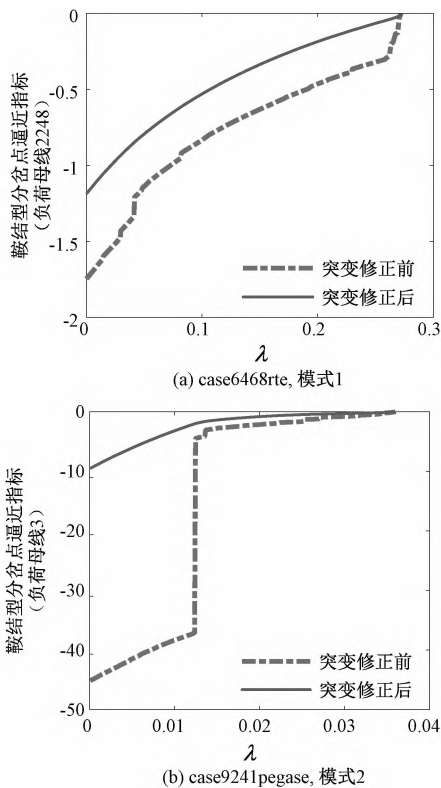


图 3 鞍结型分岔点逼近指标(非线性变换前, 突变修正前后) 模式 2

Fig. 3 Saddle-node bifurcation point approximation index (before nonlinear transformation, whether jump corrected or not)

基于修正后的结果, 通过参数 β 的辨识和式 (7) 的非线性变换, 得到的鞍结型分岔点逼近指标就具有了比较理想的线性趋势, 如图 4 所示。

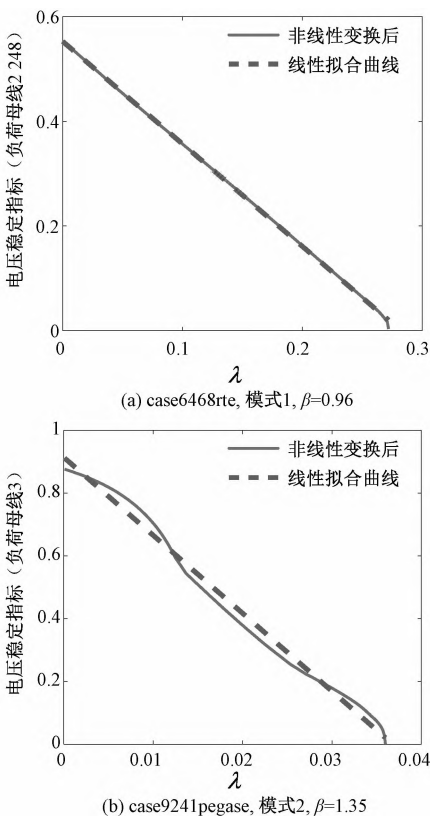


图 4 鞍结型分岔点逼近指标(非线性变换后)

Fig. 4 Saddle-node bifurcation point approximation index (after nonlinear transformation)

以上结果验证了所提出的鞍结型分岔点逼近指标的良好特性: 在经过节点类型转化造成的突变修正和非线性变换之后, 具有较好的线性特征。

4.2 补逻辑的有效性

考虑发电机节点类型转化, 拟弧长的预测步长 $\sigma=1.0$, 计算不同算例、不同负荷增长模式下的静态电压失稳分岔点。计算过程中所触发的补逻辑次数如表 1 所示。

表 1 补逻辑触发次数比较

Tab.1 Comparison of trigger times of complementary logic					
算例	增长模式	补逻辑 1 触发次数	补逻辑 2 触发次数	节点类型 转化次数	分岔点 类型
case2736sp	1	25	0	160	SNB
	2	37	1	249	LIB
case2869pegase	1	0	0	87	SNB
	2	0	0	184	LIB
case6468rte	1	8	0	104	SNB
	2	8	0	105	SNB
case9241pegase	1	0	0	159	SNB
	2	1	0	185	SNB

表1中SNB表示鞍结型分岔,LIB表示极限诱导分岔。结果表明,在绝大多数情况下,补逻辑1就足够有效地避免节点类型转化造成的缩小步长和再次计算校正环节。仅在case2736sp系统的负荷增长模式2的计算过程中触发了补逻辑2。

在算例case6468rte中,母线6372与母线1366几乎同时发生节点类型转化。虽然在预测步长比较大的情况下(即 $\sigma=1.0$)通过式(10)和式(11)错误地识别到母线1366先发生节点类型转化,从而造成母线6372的无功越界。但是通过补逻辑1,将母线6372转化为PQ节点后,计算结果正确的收敛到了预测步长 σ 取0.1时的正确解。

4.3 计算速度比较

为了比较步长大小对于鞍结点附近牛顿法计算收敛性以及计算速度的影响,不考虑发电机无功功率限制,比较以上4个算例在不同步长下的计算时间,如图5所示。

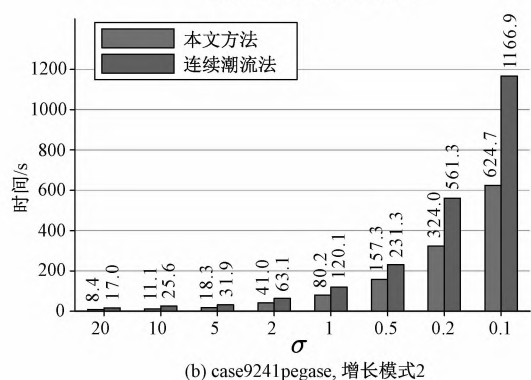
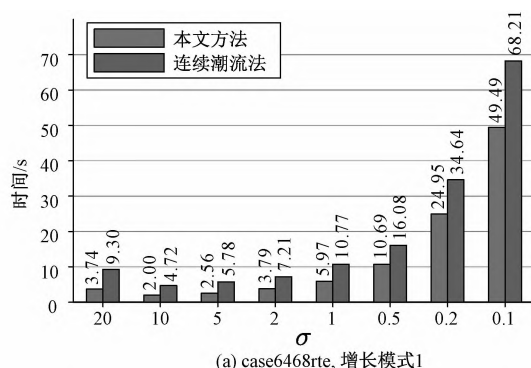


图5 计算时间比较

Fig. 5 Comparison of computation time

图5中左侧线表示本文所采用的修正方法:通过鞍结型分岔点逼近指标评估运行点是否接近运行极限,然后通过直接法计算分岔点。右侧线表示采用拟弧长参数化方法的连续潮流计算方法。当连续潮流法计算过程中校正环节的牛顿法计算发散时,将步长缩小为原来的一半,再次计算

校正环节^[7]。

在连续潮流法的计算中,如果逼近临界点且步长过大,例如图5中步长等于20的情况,因为牛顿法计算不收敛或者收敛慢,造成更多的校正环节重复计算以及更多的牛顿法迭代次数,反而降低了计算速度。

图5中的计算结果表明,在相同预测步长的情况下,本文方法比连续潮流法计算速度快,这说明通过本文提出的鞍结型分岔点逼近指标预测逼近鞍结型分岔的程度,判断当系统运行点接近负荷增长极限时,转为直接法计算鞍结型分岔具有计算速度上的优势。

4.4 计算精度比较

由于计算结果都是收敛后的潮流值,计算误差都在 10^{-10} 以下,因此不论是本文方法还是连续潮流计算方法,所得到的计算结果都在PV曲线上。

图6比较了不同步长下的分岔点计算结果。可以看出:(1)本文的方法通过直接法计算分岔点,计算精度不受连续潮流步长的影响。而采用连续潮流法计算分岔点的结果会受到预测步长影响;(2)由于所得到的计算结果都在PV曲线上,且本文方法的计算结果都大于等于传统连续潮流的计算结果,说明本文的计算结果更加接近鞍结型分岔点。

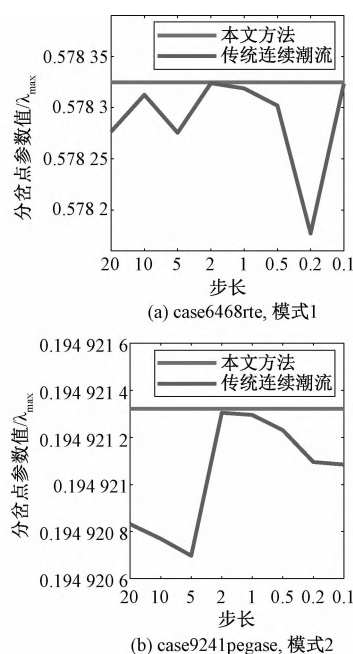


图6 临界点计算精度的比较

Fig. 6 Comparison of calculation accuracy of critical point

4.5 海森矩阵隐式计算效率

目前的稀疏矩阵技术针对二维矩阵之间或二维矩阵与向量之间的运算进行了优化,且本文的隐式形成海森矩阵能够比较方便地利用现有的稀疏矩阵技术。但是显式形成的海森矩阵属于三维矩阵,不方便直接利用现有稀疏矩阵技术,所以两者之间的计算时间难以进行有效的比较。因此,本文通过比较计算的非零元素个数与乘法次数来进行说明。

显式计算式(28)中的海森矩阵 $f_{xx}W$,乘法计算的次数约等于 f_{xx} 中非零元素的个数,因为向量 W 是稠密的;隐式的海森矩阵形成方法需要形成一次雅各比矩阵的计算量。根据 f_{xx} 矩阵的元素组成,通过估计非零元素个数,从而估计形成过程中的乘法次数,如表2所示。表格中的单位1等于导纳矩阵的非0元素个数,分析结果表明,在各个算例下,隐式形式海森矩阵的计算量都小于显式形成海森矩阵的计算量,而且隐式方法更容易在现有的潮流计算程序上实现。

表2 隐式形成海森矩阵与显式形成海森矩阵的计算量比较

Tab.2 Comparison of calculation amount of implicit forming Hessian matrix and explicit forming Hessian matrix

算例	隐式形成海森矩阵的乘法数量	显式形成海森矩阵的乘法数量
case2736sp	11.873	17.254
case2869pegase	11.815	16.523
case6468rte	12.075	18.635
case9241pegase	11.877	16.881

5 结 论

本文提出了一种静态电压稳定临界点的快速计算方法。该方法具有以下3个特点:

(1) 提出了一种线性性质较好的鞍结型分岔点逼近指标,利用该指标随负荷参数 λ 变化的线性变化优势,实现了对潮流解逼近鞍结型分岔点的有效估计。

(2) 提出了连续潮流法与鞍结型分岔点计算直接法的切换策略,通过鞍结型分岔点逼近指标的判断,在逼近鞍结型分岔点时从连续潮流法切换到直接法,避免了连续潮流法难以快速准确地计算鞍结型分岔点的问题,同时为直接法提供了较好的计算初值,实现了两种计算方法的高效结合。

(3) 提出了一种海森矩阵的隐式计算方法,具

有容易实现、计算快的优点,提高了此类直接法的计算效率。在直角坐标系下,潮流方程的海森矩阵为常数矩阵,在本文的基础上可以进一步加速临界点的计算。

由于所提出的方法可以方便地处理节点类型的转化,在本文的基础上还可以考虑无功补偿设备的其他约束,以及增加新能源机组和直流输电系统的静态模型,这是本文下一步的工作。

参考文献:

- [1] 陈亦平,洪军. 巴西“11.10”大停电原因分析及对我国南方电网的启示[J]. 电网技术, 2010, 34(5): 77-82.
CHEN Yiping, HONG Jun. Analysis on causes of blackout occurred in brazilian power grid on Nov. 11, 2009 and lessons drawn from it to China Southern Power Grid [J]. Power System Technology, 2010, 34(5): 77-82 (in Chinese).
- [2] 甘德强,胡江溢,韩祯祥. 2003年国际若干停电事故思考[J]. 电力系统自动化, 2004, (3): 1-4.
GAN Deqiang, HU Jiangyi, HAN Zhenqiang. Reflections on several international power outages in 2003 [J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, (3): 1-4 (in Chinese).
- [3] 方勇杰. 美国“9·8”大停电对连锁故障防控技术的启示[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(15): 1-7.
FANG Yongjie. Lessons from september 8 2011 south-west america blackout for prevention and control of cascading outages [J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(15): 1-7 (in Chinese).
- [4] 江伟,王成山,余贻鑫,等. 电压稳定裕度对参数灵敏度求解的新方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(2): 13-18.
JIANG Wei, WANG Chengshan, SHE Yixin, et al. A new method to compute the sensitivity of loading margin to voltage collapse with respect to parameters [J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(2): 13-18 (in Chinese).
- [5] 吴政球,钟浩,陈辉华. 不需雅可比左特征向量的负荷裕度灵敏度新算法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(28): 101-105.
WU Zhengqiu, ZHONG Hao, CHEN Huihua. A novel algorithm for system load margin sensitivity without the left eigenvector [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(28): 101-105 (in Chinese).
- [6] 赵晋泉,张伯明. 连续潮流及其在电力系统静态稳定分析中的应用[J]. 电力系统自动化, 2005, 29

- (11): 91-96.
ZHAO Jinquan, ZHANG Boming. Summarization of continuation power flow and its applications in static stability analysis of power system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29 (11): 91-96 (in Chinese).
- [7] 熊宁, 程浩忠, 马则良, 等. 基于连续潮流的极限诱导分岔检测方法 [J]. 电力系统自动化, 2008, (18): 35-38.
XIONG Ning, CHENG Haozhong, MA Zeliang, et al. A method for detecting limit induced bifurcation based on continuation power flow [J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, (18): 35-38 (in Chinese).
- [8] 董晓明, 梁军, 韩学山, 等. 连续潮流参数选择及步长控制的分析与改进 [J]. 电力系统自动化, 2011, 35 (13): 49-53.
DONG Xiaoming, LIANG Jun, HAN Xueshan, et al. Analysis and improvement on parameter selection strategy and step size controlling in continuation power flow [J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35 (13): 49-53 (in Chinese).
- [9] 阮冲, 刘金婵, 陈宝平, 等. 一种基于自适应步长控制与组合参数化的改进连续潮流计算方法 [J]. 电力自动化设备, 2018, 38 (10): 184-190.
RUAN Chong, LIU Jinchan, CHEN Baoping. An improved continuation power flow method based on adaptive controlled step-size and combination of parameterization [J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38 (10): 184 - 190 (in Chinese).
- [10] 孙华, 胡德文, 李丽, 等. 基于多项式回归分析的连续潮流计算自适应步长控制策略 [J]. 电力系统及其自动化学报, 2020, 32 (11): 1-6.
SUN Hua, HU Dewen, LI Li, et al. Adaptive step-size control strategy for continuation power flow calculation based on polynomial regression analysis [J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2020, 32 (11): 1 - 6 (in Chinese).
- [11] 赵晋泉, 张伯明. 改进连续潮流计算鲁棒性的策略研究 [J]. 中国电机工程学报, 2005, 25 (22): 7-11.
ZHAO Jinquan, Zhang Boming. A study on the strategy for improving robustness of continuation power flow computation [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25 (22): 7-11 (in Chinese).
- [12] 彭寒梅, 曹一家, 黄小庆, 等. 无平衡节点孤岛运行微电网的连续潮流计算 [J]. 中国电机工程学报, 2016, 36 (8): 2057-2067.
PENG Hanmei, CAO Yijia, HUANG Xiaoqing, et al. Continuation power flow for islanding microgrid without balance nodes [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36 (8): 2057-2067 (in Chinese).
- [13] 郭瑞鹏, 韩祯祥. 电压崩溃临界点计算的改进零特征根法 [J]. 中国电机工程学报, 2000, 20 (5): 64-67.
Guo Ruipeng, Han Zhenxiang. An improved zero eigen value method for point collapse [J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20 (5): 64 - 67 (in Chinese).
- [14] CANIZARES C A, ALVARADO F L, DEMARCO C L, et al. Point of collapse methods applied to AC/DC power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7 (2): 673-683.
- [15] 江伟, 王成山, 余贻鑫, 等. 直接计算静态电压稳定临界点的新方法 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 20 (10): 1-6.
JIANG Wei, WANG Chengshan, SHE Yixin, et al. A new method for direct calculating the critical point of static voltage stability [J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 20 (10): 1-6 (in Chinese).
- [16] 吴浩, 方鸽飞. 电压稳定临界点的实用直接法 [J]. 电力系统及其自动化学报, 1999, (Z1): 18-24.
WU hao, FANG Gefei. A practical direct method for voltage collapse point [J]. Proceedings of the EPSA, 1999, (Z1): 18-24 (in Chinese).
- [17] MOORE G, SPENCE A. The calculation of turning points of nonlinear equations [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1980, 17 (4): 567-576.
- [18] 万凯遥, 姜彤. 增补P'Q节点直接计算电压崩溃点的潮流方法 [J]. 中国电机工程学报, 2018, 38 (12): 3507-3515.
WAN Kaiyao, JIANG Tong. A direct calculation method of voltage collapse points by supplement of a new type of P' Q Bus [J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38 (12): 3507-3515 (in Chinese).
- [19] SEYDEL R. Numerical computation of branch points in nonlinear equations [J]. Numerische Mathematik, 1979, 33 (3): 339-352.
- [20] JIANG T, WAN K, FENG Z. Boundary-derivative direct method for computing saddle node bifurcation points in voltage stability analysis [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2019, 112: 199-208.
- [21] 姜勇, 周双喜, 朱凌志. 电力系统电压静稳分析中的二阶指标 [J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2002, (9): 1165-1167.
JIANG Yong, ZHOU Shuangxi, ZHU Lingzhi. Second order index in voltage static stability analysis of power system [J]. Journal of Tsinghua University (Science

- and Technology), 2002, (9): 1165-1167 (in Chinese).
- [22] 周双喜. 电力系统电压稳定性及其控制 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2004.
ZHOU Shuangxi. Voltage stability and control of power system [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2004 (in Chinese).
- [23] 马冠雄, 刘明波, 王奇. 一种识别静态电压稳定分岔点的混合方法 [J]. 电力系统自动化, 2006, 30 (24): 17-20.
MA Guanxiong, LIU Mingbo, WANG Qi. A hybrid method for identifying bifurcation points in steady-state voltage stability analysis [J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30 (24): 17-20 (in Chinese).
- [24] 杨小煜, 周孝信, 李立新, 等. 潮流方程鞍结分岔点计算的块消去算法 [J]. 中国电机工程学报, 2011, 31 (7): 83-88.
YANG Xiaoyu, ZHOU Xiaoxin, LI Lixin, et al. Block elimination algorithms for the saddle-node bifurcation point of power flow equations [J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31 (7): 83-88 (in Chinese).
- [25] HUSSEIN A, CHEN K E, WAN H. On adapting test function methods for fast detection of fold bifurcations in power systems [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12 (1): 179-185.
- [26] ABBOTT J P. Numerical continuation methods for non-linear equations and bifurcation problems [J]. Bulletin of the Australian Mathematical Society, 1977, 17 (2): 307-308.
- [27] 刘光晔, 施海亮, 杨以涵. 非解析复变电力系统电压稳定的动态分析方法 [J]. 中国电机工程学报, 2013, 33 (10): 50-56.
LIU Guangye, SHI Hailiang, YANG Yihan. Comprehensive dynamic analysis method for power system static voltage stability [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33 (10): 50-56 (in Chinese).
- [28] HISKENS I A, CHAKRABARTI B B. Direct calculation of reactive power limit points [J]. Fuel and Energy Abstracts, 1996, 37 (3): 192.
- [29] 陈昌, 姜彤, 万凯遥, 等. 直接计算静态电压稳定裕度的改进崩溃点法 [J]. 电力自动化设备, 2020, 40 (11): 150-156.
CHEN Chang, JIANG Tong, WAN Kaiyao, et al. Improved point of collapse method for direct calculation of static voltage stability margin [J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40 (11): 150-156 (in Chinese).
- [30] 万凯遥, 姜彤, 冯卓诚, 等. 静态电压稳定分岔点的直接识别算法 [J]. 中国电机工程学报, 2020, 40 (20): 6548-6557.
WAN Kaiyao, JIANG Tong, FENG Zhuocheng, et al. A method of directly identifying the steady-state voltage stability bifurcation [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40 (20): 6548-6557 (in Chinese).
- [31] SEYDEL R. On a class of bifurcation test functions [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1997, 8 (6): 851-855.
- [32] SEYDEL R. On detecting stationary bifurcations [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1991, 1 (2): 335-337.
- [33] 覃智君, 侯云鹤, 吴复立. 大规模交直流系统潮流计算的实用化模型 [J]. 中国电机工程学报, 2011, 31 (10): 95-101.
QIN Zhijun, HOU Yunhe, WU Fuli. Practical model for large-scale ac-dc system power flow calculation [J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31 (10): 95-101 (in Chinese).
- [34] GRIEWANK A, REDDIEN G W. Characterization and computation of generalized turning points [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1984, 21 (1): 176-185.
- [35] JOSZ C, FLISCOUNAKIS S, MAEGHT J, et al. AC power flow data in MATPOWER and QCQP Format: iTesla, RTE Snapshots, and PEGASE [R], 2016. <https://arxiv.org/pdf/1603.01533>.
- [36] FLISCOUNAKIS S, PANCIATICI P, CAPITANESCU F, et al. Contingency ranking with respect to overloads in very large power systems taking into account uncertainty, preventive, and corrective actions [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28 (4): 4909-4917.

作者简介:

黎晓 (1993), 男, 博士研究生, 研究方向为电力系统稳定性分析与控制, lixiao000@ncepu.edu.cn;

刘崇茹 (1977), 女, 教授, 通信作者, 主要从事交直流混合系统分析与仿真、运行与控制的科研和教学工作, chongru.liu@ncepu.edu.cn;

蔡晖 (1984), 男, 工程师, 研究方向为电力系统稳定性分析与控制, 79595050@qq.com;

辛蜀骏 (1990), 男, 工程师, 研究方向为电力系统稳定性分析与控制, woshipure1@gmail.com;

郑乐 (1989), 男, 讲师, 研究方向为电力系统稳定性分析与控制, zhengl20@ncepu.edu.cn。